



**INTRODUCCIÓN A LA  
VIDA UNIVERSITARIA  
Y  
CURSO DE INGRESO**

SECRETARIA ACADÉMICA Y DEPARTAMENTO DE CIENCIAS MARINAS  
ESCIMAR

## ESCUELA SUPERIOR DE CIENCIAS MARINA, NUESTRA ESCUELA

En la Sede San Antonio Oeste de la Universidad Nacional del Comahue, se dicta desde 1998 la carrera, Tecnicatura en Producción Pesquera y Maricultura y desde 2009 Licenciatura en Biología Marina siendo la única carrera con este título en nuestro país.

La Tecnicatura está orientada para que como profesional capacitado te desempeñes en el área de la extracción y producción marina regional, encontrándote preparado en todos los aspectos relacionados con la gestión y administración empresarial.

La sólida formación como Licenciado en Biología Marina, te permitirá desenvolverte en el camino de la investigación científica y en la práctica profesional relacionada con el manejo de los recursos pesqueros y de los ecosistemas marinos de nuestro país y en el exterior. Como estudiante de Biología Marina te formarás de manera integral, relacionándote con los grupos de investigación de la Escuela Superior de Ciencias Marinas (ESCiMar), Centro de Investigación Aplicada y Transferencia Tecnológica en Recursos Marinos Almirante Storni (CIMAS) y CONICET.

## INGRESO A LA VIDA UNIVERSITARIA

A continuación, detallamos algunas cuestiones que te ayudarán a incorporarte a la vida universitaria.

### ¿Qué es un Plan de Estudio?

Un Plan de Estudios de una carrera es un documento en el que se presentan organizadas, las materias con sus contenidos mínimos, carga horaria, modalidad de cursada (cuatrimestral o anual), correlatividades. Esta organización garantiza la formación académica y/o profesional necesaria para alcanzar el título universitario. Cada plan de estudio cuenta con un número de ordenanza y año de aprobación.

### ¿Qué significa que una asignatura sea correlativa de otra?

Las materias están ordenadas en el Plan de Estudios siguiendo un régimen de correlatividades. Hay asignaturas cuyos contenidos son necesarios para poder cursar las siguientes, a estas se las llaman correlativas. Es importante conocer este régimen, porque determinará qué materias que vas a estar en condiciones de cursar en cada cuatrimestre y/o cada año.

Correlatividades (ejemplo de funcionamiento)

ASIGNATURA	REGIMEN DE CURSADA	PARA CURSAR		PARA APROBAR
		TENER CURSADA	TENER APROBADA	
A	1° cuatrimestre	----	-----	
B	1° cuatrimestre	----	-----	
C	2° cuatrimestre	A	-----	A
D	2° cuatrimestre	A,B	A	AB

Teniendo en cuenta la figura anterior, podemos ver que para cursar la materia D durante el segundo cuatrimestre (es decir, después de las vacaciones de invierno y hasta fin de año) tenés que haber cursado y aprobado la materia A. De otro modo, no podrás cursarla. En el caso de no haber aprobado B durante el 1° cuatrimestre (desde marzo hasta las vacaciones de invierno), no podrías cursar D, pero sí la C.

### **¿Qué es el programa de una asignatura?**

Es un plan de trabajo, que representa la propuesta del docente para el cursado. Implica una visión global de todo lo que se pretende realizar en el desarrollo del dictado de la asignatura. Es indispensable que como estudiante dispongas del programa de cada materia que vas a cursar porque así podrás orientar tu proceso de aprendizaje. El programa define el régimen de cursada, las formas y procedimientos de evaluación, la acreditación de los aprendizajes, la fundamentación de la asignatura y sus contenidos según el plan de estudios. También se incluye la bibliografía, que es el conjunto de libros, fichas, artículos, etc. indicados como material de estudio.

El docente al inicio del cursado deberá presentarte el programa, dejándolo en fotocopiadora o a través de PEDCo.

### **¿Cómo se aprueba la cursada de una asignatura?**

Se considera aprobada la cursada si se han cumplido las condiciones establecidas en el programa. En general, las mismas consisten en un porcentaje obligatorio de asistencia, aprobación de exámenes parciales, entrega de trabajos, aprobación de trabajos prácticos, etc. La aprobación/acreditación de la asignatura como alumno regular requiere de la aprobación previa del cursado de la misma.

### **¿Cómo se aprueba/ acredita una asignatura?**

Hay tres modalidades de aprobación de las asignaturas:

#### **a) Sin examen final (por promoción).**

El docente aclarará en el programa si utilizará o no esta modalidad y, en el caso de hacerlo, las condiciones para acceder a ella. El alumno debe contar con la aprobación de las asignaturas correlativas.

#### **b) Con examen final**

Para acceder a esta modalidad de acreditación el alumno debe aprobar el cursado de la asignatura correspondiente. El cursado tiene una validez de tres años y el estudiante puede presentarse a rendir en los turnos determinados en el calendario académico. Si desaprobás, puedes intentarlo nuevamente en otra mesa de examen. Para aprobar el examen final debés llegar a una nota mayor o igual a 4 (cuatro).

#### **c) Con examen libre**

Los alumnos podrán acceder a un examen libre sin haber aprobado el cursado de la asignatura. Se realizará un examen escrito que corresponde a los aspectos prácticos y luego un examen oral que se refiere a la enseñanza teórica. El estudiante puede acceder a la instancia oral una vez aprobado el examen escrito.

### **¿Qué escala de calificación se usa?**

Para la calificación de la modalidad con examen final regular o libre se usará la escala numérica – conceptual (ordenanza N° 273/18):

- Sobresaliente: 10 (diez)
- Distinguido: 9 (nueve) – 8 (ocho)
- Bueno: 7 (siete), 6 (seis), 5 (cinco)
- Suficiente: 4 (cuatro)
- Insuficiente: 3 (tres), 2 (dos), 1 (uno)
- Reprobado: 0 (cero)

### **¿Qué información útil aparece en el Calendario Académico?**

En el calendario académico encontrarás las fechas correspondientes a:

- Inscripción de estudiantes e ingresantes.
- Inicio del módulo de ingreso.
- Inicio cursadas primer y segundo cuatrimestre.
- Finalización de cada cuatrimestre.

- Período de reinscripciones, pases, cambios de carrera y cursados paralelos.
- Período de inscripciones para cursar las asignaturas anuales, del 1er y 2do cuatrimestre.
- Turnos de examen
- Días que no se realizarán actividades académicas y administrativas.

### **¿Qué son SIU GUARANÍ y PEDCo?**

La UNCo cuenta, como todas las universidades nacionales, con dos plataformas virtuales con fines diferentes:

#### **SIU GUARANÍ**

Este sistema de gestión académica registra y administra todas las actividades académicas de la universidad, desde el momento que los alumnos ingresan a estudiar hasta que se reciben. Este sistema brinda servicios para alumnos, docentes, etc., ya que pueden explorar los datos y obtener información para la toma de decisiones. En este sistema se deben realizar por internet todos los trámites que habitualmente deben hacer los estudiantes en la vida académica: anotarse para poder cursar las asignaturas, anotarse a las mesas de examen para poder rendir finales, conocer fecha/día/hora de dichas mesas de finales. Es muy importante generar y guardar el comprobante con el número de transacción, ya que ante algún problema se puede realizar un reclamo presentándolo en el Departamento de Alumnos. También permite ver la propia historia académica (analítico), revisar si están cargadas las notas y evaluar las correlatividades que hay entre asignaturas.

#### **Plataforma de Educación a Distancia Comahue - PEDCo.**

Es una Plataforma Educativa virtual que surge con el fin de promover prácticas educativas mediadas por tecnología para acompañar los procesos de enseñanza y aprendizaje en toda la oferta académica de la universidad. Cada facultad o centro regional le asigna a cada asignatura un espacio de aula virtual, donde pueden establecer una relación con los alumnos, respondiendo sus consultas, y acercándoles, por ejemplo, materiales bibliográficos en diversos formatos. Es un entorno virtual que cuenta con muchas herramientas para la generación de actividades (recursos, archivos, carpetas, etc.) y para la comunicación (chats, consultas, cuestionarios, encuestas, foros), que les permiten a los docentes la gestión del proceso de enseñanza y de aprendizaje.

**Esta plataforma es SOLAMENTE, una forma de interactuar con los docentes.**

Para acceder a PEDCo, ingresar a: <http://pedco.uncoma.edu.ar/>

También podés descargar la App de la PEDCO:

<https://play.google.com/store/apps/details?id=ar.edu.uncoma.pedco&hl=es>

Para evitar confusiones entre SIU y PEDCo es importante que recuerdes lo siguiente:

	SIU	PEDCO
Gestiones que puedes hacer con este sistema:	Inscripción a cursar cada asignatura en la universidad. Inscripciones a mesas de exámenes. Reinscribirte a la carrera Consultar tu historia académica	Inscripción a participar en un aula virtual (se realiza durante la cursada de cada asignatura). Participar de los foros. Descargar materiales de estudio Recibir y enviar mensajes al resto de participantes
Cuándo?	Las inscripciones solo en las fechas habilitadas  Las consultas en cualquier momento	Desde el momento en el que se vinculan tus datos con el SIU y este te genera un usuario/ cuenta, estas en condiciones de matricularte (varía en cada asignatura sí requiere clave o se matricula directamente). La utilizas durante la cursada de cada asignatura
Advertencia	Si no se realiza la inscripción por este medio en el plazo habilitado, no podrás cursar o rendir, según sea el caso	Para cursar las asignaturas no es suficiente matricularte aquí, es imprescindible realizar la inscripción en el SIU
Tenés que estar atento a:	Las fechas y plazos del calendario académico	Lo que te indican o solicitan durante la cursada de cada asignatura que tiene aula virtual (revisar el mail)

# Curso de Ingreso

Para el cumplimiento de sus objetivos, el Curso de Ingreso tendrá una estructura académica, cuyos contenidos temáticos serán abordados en Módulos que se desarrollarán en el mes de febrero y marzo para todos los/las estudiantes aspirantes. Comprenderán Módulos teóricos-prácticos de Biología, Matemática y Química. Asimismo, se incluyen actividades extraprogramáticas desarrolladas por el Centro de Estudiantes y la Secretaría de Académica (talleres, charlas).

## De los contenidos del curso:

a) Módulo de Matemática: Funciones, Sistemas de dos Ecuaciones con dos Incógnitas, Potenciación, Radicación.

b) Módulo de Química: Formulación y nomenclatura de compuestos inorgánicos (compuestos binarios, ternarios y cuaternarios).

c) Módulo de Biología: Estructura de células procariotas y eucariotas (animal y vegetal).

## Acreditación del curso

Es requisito de acreditación cumplir con el 80% de asistencia a los Módulos (se permite un ausente por Módulo y por semana que no comprometa a los días de evaluación). Los ausentes no pueden acumularse en una semana completa. Las evaluaciones son obligatorias, pero no eliminatorias. Se desarrollarán diferentes modalidades de evaluación, dependiendo del módulo, donde se contemplará un único recuperatorio para cada uno de los módulos. Las condiciones que debe cumplir el ingresante para poder cursar las asignaturas del primer año de la carrera son: concurrir al 80% de las actividades de cada módulo y presentarse a las evaluaciones de cada módulo.

# **Módulo Biología**

## **PROGRAMA**

### **LAS CÉLULAS**

- a) La célula: características generales de las células procariotas y eucariotas. La membrana celular y el núcleo, estructura y función en procariotas y eucariotas. En célula eucariota (animal y vegetal): citoplasma, estructura y función de las organelas.
-



La **Biología** es la ciencia que estudia los seres vivos. Su nombre procede del griego Bios, que significa vida, y Logos, que significa estudio o tratado. La posición que ocupa esta ciencia entre las llamadas "ciencias de la naturaleza" es en cierto modo paradójica, ya que se trata de una posición al mismo tiempo marginal y central. Marginal porque la materia viva, de la cual se ocupa, es sólo una porción infinitamente pequeña de toda la materia que existe en el universo. Pero también central porque dentro de esa pequeña porción nos encontramos nosotros, los seres humanos. Desde los albores de la civilización el hombre se plantea, y aspira a encontrar respuesta, a preguntas de tipo filosófico acerca de nuestro papel en el Universo. Así, al sabernos parte de la materia viva, esperamos que su estudio nos pueda ayudar a resolver estos interrogantes.

## 1. ORGANIZACIÓN ESPECÍFICA

Los organismos se componen de células. Todos los seres vivos están constituidos por estas unidades básicas. Algunas de las formas de vida más sencillas, como las bacterias, son unicelulares, o sea, constan de una sola célula. En contraste, el cuerpo de una oveja o el del ser humano se componen de miles de millones de células que suelen organizarse en tejidos, órganos y aparatos o sistemas.

### **Hay dos tipos distintos de células: las procariotas y las eucariotas.**

Todas las células comparten dos características esenciales. La primera es una membrana externa, la membrana celular -o membrana plasmática- que separa el citoplasma de la célula de su ambiente externo. La otra es el material genético -la información hereditaria- que dirige las actividades de una célula y le permite reproducirse y transmitir sus características a la progenie. Existen dos tipos fundamentalmente distintos de células, las procariotas y las eucariotas.

Las células procarióticas carecen de núcleos limitados por membrana y de la mayoría de las organelas que se encuentran en las células eucarióticas. Los procariotas fueron la única forma de vida sobre la Tierra durante casi 2.000 millones de años; después, hace aproximadamente 1.500 millones de años, aparecieron las células eucarióticas. El paso de los procariotas a los primeros eucariotas fue una de las transiciones evolutivas principales sólo precedida en orden de importancia por el origen de la vida. La cuestión de cómo ocurrió esta transición es actualmente objeto de viva discusión. Una hipótesis interesante, que gana creciente aceptación, es que se originaron células de mayor tamaño, y más complejas, cuando ciertos procariotas comenzaron a alojarse en el interior de otras células.

La mayor complejidad de las células eucarionte las dota de un número de ventajas que finalmente posibilitaron la evolución de organismos pluricelulares o multicelulares. Las células eucariontes son más eficientes desde el punto de vista metabólico, dado que debido a la presencia de membranas, las funciones se reparten en compartimientos específicos. Son de mayor tamaño y son capaces de llevar mayor información genética que las células procarionte, suficiente, por ejemplo para especificar los caracteres básicos de una planta de roble o de un ser humano.

## **BIOLOGÍA CELULAR**

Una idea que provocó una revolución del pensamiento fue cuando Schleiden y Schwann en 1839 establecieron por primera vez que **las células son partes elementales de los seres vivos**, éste constituyó el primer concepto de la **TEORÍA CELULAR**.

La Teoría Celular, tal como se la considera hoy, puede resumirse de la siguiente manera:

- Todos los organismos están compuestos de células.
- En las células tienen lugar las reacciones metabólicas del organismo.
- Las células contienen el material hereditario.
- Las células provienen tan solo de otras células preexistentes.

Si consideramos lo anterior, podemos decir que la célula es la unidad estructural, ya que todos los seres vivos están formados por células; es la unidad de función, porque de ella depende el funcionamiento como organismo y es la unidad de origen porque no se puede concebir a un organismo vivo si no está presente al menos una célula.

### **Características estructurales de las células**

- Individualidad: Todas las células están rodeadas de una envoltura (que puede ser una bicapa lipídica desnuda, en células animales; una bicapa lipídica con una pared de polisacárido, en hongos y vegetales; con una membrana externa y otros elementos que definen una pared compleja, en bacterias Gram negativas; con una pared de peptidoglicano, en bacterias Gram positivas).
- Contienen un medio interno acuoso, el citosol, que forma la mayor parte del volumen celular y en el que están inmersos los orgánulos celulares.
- Poseen material genético en forma de ADN, el material hereditario de los genes y que contiene las instrucciones para el funcionamiento celular, así como ARN, a fin de que el primero se exprese.
- Tienen enzimas y otras proteínas, que sustentan, junto con otras biomoléculas, un metabolismo activo.

Salvo contadas excepciones, las células son diminutas. Su forma es muy variada: algunas son esféricas, otras son prismáticas y otras tienen forma cilíndrica (Figura 1).

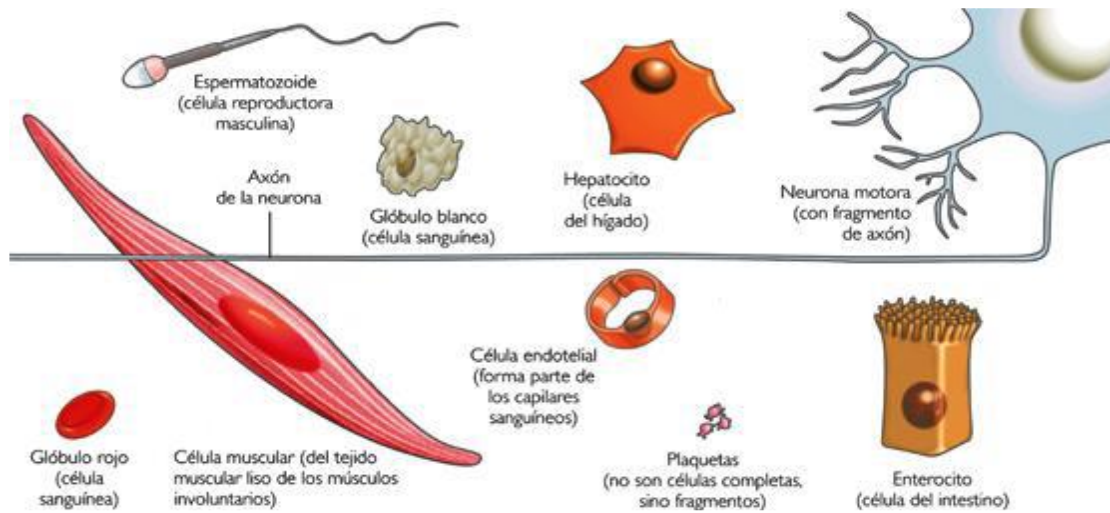


Figura 1.: Formas y tamaño celular. (Extraído de <http://biologia.laguia2000.com>)

## CÉLULA PROCARIOTA

### Características generales

Los organismos formados por células procariotas son organismos unicelulares, es decir formados por una única célula. Se lo considera el grupo más antiguo sobre la Tierra, como así mismo el más abundante. El éxito de los procariotas se debe a su gran diversidad metabólica y a su rápido ritmo de división celular (fisión binaria).

La principal diferencia entre ambos tipos celulares es que las células procarióticas (del griego karyon: núcleo, pro: antes) no tienen envoltura nuclear. El cromosoma procariótico está en contacto directo con el citoplasma. Las células eucarióticas (del griego karyon: núcleo, eu: verdadero) poseen un núcleo verdadero con una complicada envoltura nuclear.

El **citoplasma** de la célula procariota prácticamente no posee estructuras en su interior, tiene aspecto finamente granular por la gran cantidad de ribosomas que presenta y gránulos de almacenamiento que retienen glucógeno, lípidos o compuestos fosfatados. Los ribosomas son más pequeños (70S) que los ribosomas eucariotas pero su forma es igual.

Carece completamente de organelos delimitados por membranas. Lo que más se destaca en el citoplasma es el cromosoma bacteriano ubicado en una zona denominada nucleóide, este cromosoma consiste en una sola molécula de ADN circular, asociado con una pequeña cantidad de ARN y proteínas no histónicas.

La **membrana plasmática** posee una composición química similar a la de las células eucariotas, pero carecen de colesterol y otros esteroides, a excepción de los micoplasmas (las bacterias más pequeñas que se conocen). Una particularidad que presenta la membrana bacteriana es la existencia de unos repliegues internos que reciben el nombre de mesosomas.

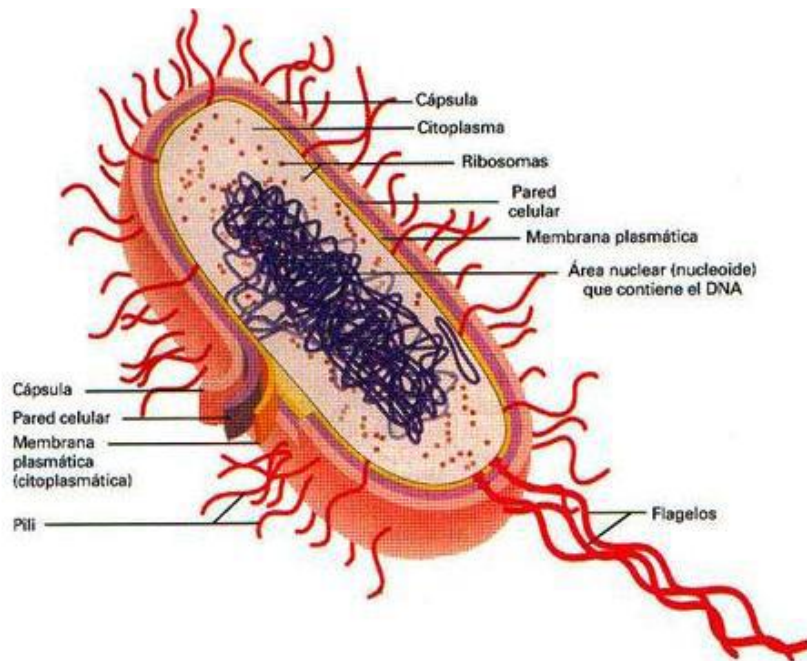


Figura 2: Célula procariota. (Extraído de <http://sobreconceptos.com>)

Las funciones de la membrana plasmática bacteriana son las mismas que en la célula eucariota, es decir, limitan la bacteria y regulan el paso de sustancias nutritivas. Los mesosomas incrementan la superficie de la membrana plasmática y además tienen gran importancia en la fisiología bacteriana, puesto que en ellos hay gran cantidad de enzimas responsables de importantes funciones celulares.

La mayoría de las células procarióticas son hipertónicas en relación al medio que las rodea, y presentan rodeando a la membrana plasmática una **pared celular** que evita que estallen, los micoplasmas, que viven como parásitos intracelulares en un ambiente isotónico, carecen por completo de pared. La resistencia de la pared se debe a la presencia de peptidoglucano que consiste en dos tipos de azúcares poco comunes unidos a péptidos cortos. De acuerdo a sus propiedades de tinción a las eubacterias (bacterias verdaderas, para diferenciarlas de las arqueobacterias) con pared se las divide en dos grandes grupos:

Grampositivas y Gramnegativas, que difieren en la absorción del colorante de Gram. Esta diferencia en la tinción se debe a diferencias estructurales de las paredes, las grampositivas tienen pared gruesa de peptidoglucano y las gramnegativas poseen una capa fina de peptidoglucano revestida de una capa gruesa de lipoproteínas y lipopolisacáridos que impiden la llegada del colorante.

Algunas bacterias poseen por fuera de la pared una **cápsula** de polisacáridos y su presencia se asocia a la actividad patogénica, ya que la cápsula puede interferir con la fagocitosis que efectúan los glóbulos blancos del huésped.

Dispersos en el citoplasma bacteriano se encuentran, corpúsculos denominados **ribosomas** que son similares a los que se encuentran en las células eucarióticas, aunque de menor tamaño (su velocidad de sedimentación es de 70 S), compuestos por una subunidad pequeña de (30 S) y otra mayor de (50 S).

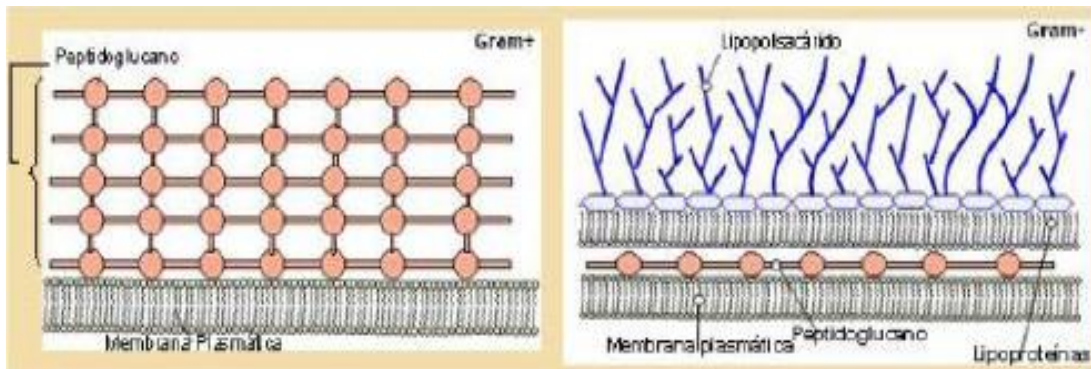


Figura 3: Pared celular Gram + y Gram -. (Modificada de <http://web.educastur.princast.es>)

Para su movilidad muchas bacterias poseen **flagelos** que son estructuralmente diferentes del flagelo eucariota. Los flagelos bacterianos están constituidos por monómeros de una pequeña proteína globular llamada flagelina. El flagelo no está encerrado en la membrana celular como en los eucariotas, sino que sale de la célula como un filamento proteínico desnudo.

Algunas bacterias presentan **pelos**, constituido por una proteína llamada pilina, son más cortos y más finos que los flagelos y a menudo existen en gran cantidad, sirven para unir las bacterias, fuentes alimenticias o a dos bacterias en conjugación (transmisión de ADN entre bacterias). Los procariontes no poseen cilios.

La mayoría de los procariontes se reproducen por división celular simple, también llamada **fisión binaria**. Una vez que se produce la replicación del ADN, se forma la pared transversa por crecimiento de la membrana y de la pared celular.

Cuando se multiplican los procariontes, se producen clones de células genéticamente idénticas. Sin embargo, suelen ocurrir mutaciones y éstas, combinadas con el rápido tiempo de generación de los procariontes, son responsables de su extraordinaria adaptabilidad. Una mutación en genética y biología, es una alteración o cambio en la información en los genes de un ser vivo (muchas veces por contacto con mutágenos) y que, por lo tanto, va a producir un cambio de características de éste. Las mutaciones se presentan súbita y espontáneamente, y se pueden transmitir o heredar a la descendencia.

Una adaptabilidad adicional es provista por las recombinaciones genéticas que son resultado de procesos de **transformación, transducción y conjugación**. En la transformación los fragmentos de ADN liberados por una célula rota son tomados por otra célula bacteriana. En el segundo proceso de transferencia de genes, la transducción, el material genético de una bacteria es llevado hasta la otra por medio de un bacteriófago (virus que infecta a la bacteria). En la conjugación dos células intercambian material genético, a través de las vellosidades sexuales o vellosidades F que son pelos largos, delgados y huecos por el que pasan los fragmentos de ADN de una bacteria a otra o un plásmido.

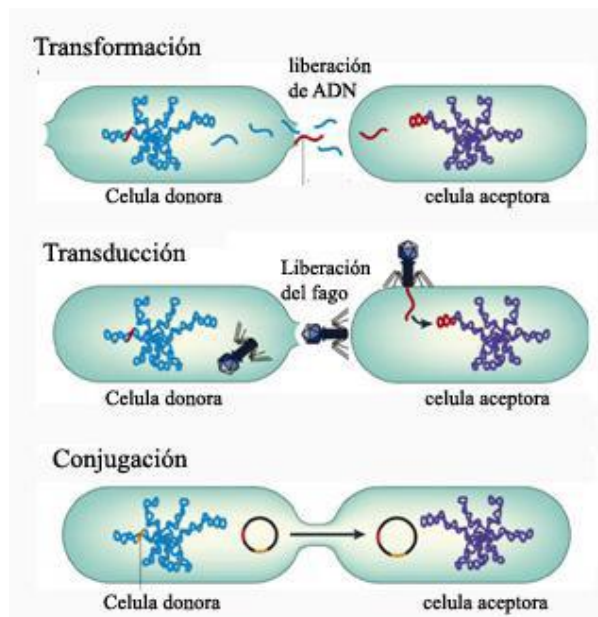


Figura 4: Recombinaciones genéticas en procariontes. (Modificado de Nature Reviews).

## CÉLULA EUCARIOTA

Se denominan células eucariotas a todas las células que tienen su material hereditario, fundamentalmente su información genética, encerrado dentro de una doble bicapa lipídica: la envoltura nuclear; la cual delimita un núcleo celular. A los organismos formados por células eucariotas se les denomina eucariontes.

El paso de procariontes a eucariotas significó el gran salto en complejidad de la vida y uno de los más importantes de su evolución. Sin este paso, sin la complejidad que adquirieron las células eucariotas no habrían sido posibles ulteriores pasos como la aparición de los seres pluricelulares. La vida, probablemente, se habría limitado a constituirse en un conglomerado de bacterias. El éxito de estas células eucariotas permitió las posteriores características adaptativas de la vida que han desembocado en la gran variedad de especies que existen en la actualidad.

Las células eucariotas presentan un citoplasma organizado en compartimentos, con orgánulos (semimembranosos) separados o interconectados, limitados por membranas biológicas que tienen la misma naturaleza que la membrana plasmática. En la célula eucariota distinguimos tres componentes principales: la membrana plasmática, el núcleo y el citoplasma. Las células eucariotas están dotadas en su citoplasma de un citoesqueleto complejo, muy estructurado y dinámico, formado por microtúbulos y diversos filamentos proteicos. Además puede haber pared celular, que es lo típico de plantas, hongos y protistas pluricelulares, o algún otro tipo de recubrimiento externo.

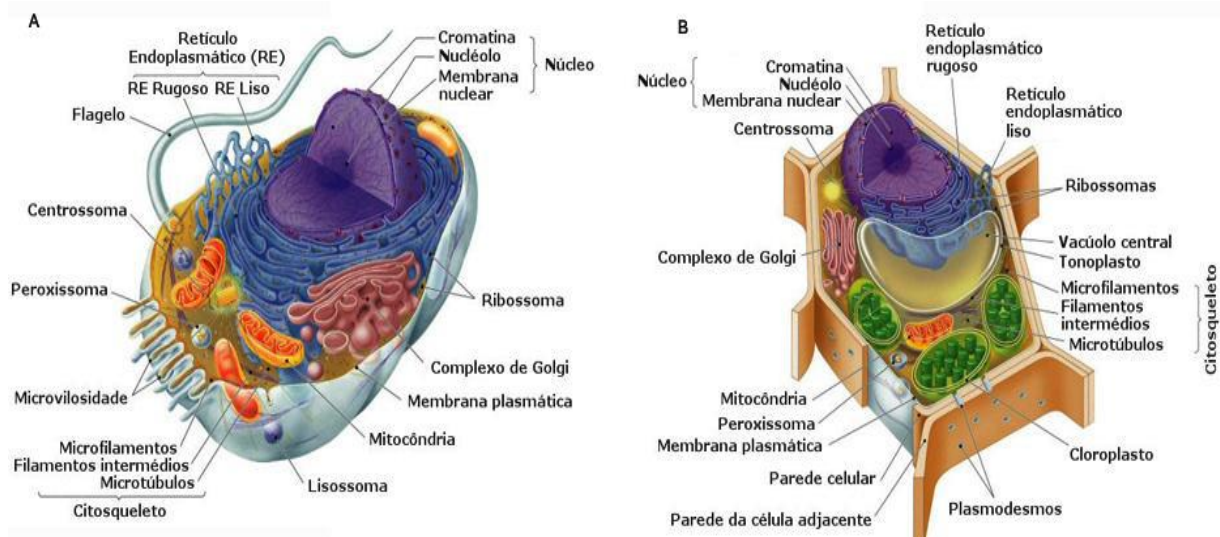


Figura 5.: A. Célula eucariota animal. B: Célula eucariota vegetal. (Modificado de <http://guiadeestudios.blogspot.com>)

## Membrana plasmática

Las membranas no son simples barreras, sino que:

- Definen la extensión de la célula y establecen sus límites.
- Forman barreras selectivamente permeables, impidiendo el intercambio indiscriminado de sustancias entre el exterior y el interior celular.
- Controlan la interacción entre células o con la matriz extracelular.

Intervienen en las respuestas a señales externas a través de los receptores.

Singer y Nicholson propusieron en 1972 un modelo estructural para las membranas al cual denominaron “modelo del mosaico fluido”. De acuerdo con el mismo las membranas son “disoluciones bidimensionales de lípidos y proteínas”. Están formadas por un conjunto de moléculas hidrofóbicas e hidrofílicas que se mantienen unidas por enlaces, en general, no covalentes. Una de las principales características de las membranas biológicas es su alto grado de fluidez. Esto implica que sus lípidos y proteínas pueden desplazarse libremente en todas las direcciones, pero siempre sobre el plano de la membrana. De allí entonces la denominación de “mosaico fluido”. La membrana plasmática está compuesta por una bicapa de fosfolípidos y proteínas.

Las proteínas se dividen en dos grandes grupos:

a) proteínas integrales: atraviesan la membrana de lado a lado;

b) proteínas periféricas: están en contacto con la membrana, pero no la atraviesan.

Las proteínas de membrana cumplen distintas funciones, como, por ejemplo: enzimas reguladoras, receptores hormonales, transportadoras y canales controladores del movimiento de iones y moléculas a través de la membrana plasmática. La membrana es la encargada de la comunicación intercelular y el reconocimiento de diversos tipos de moléculas.

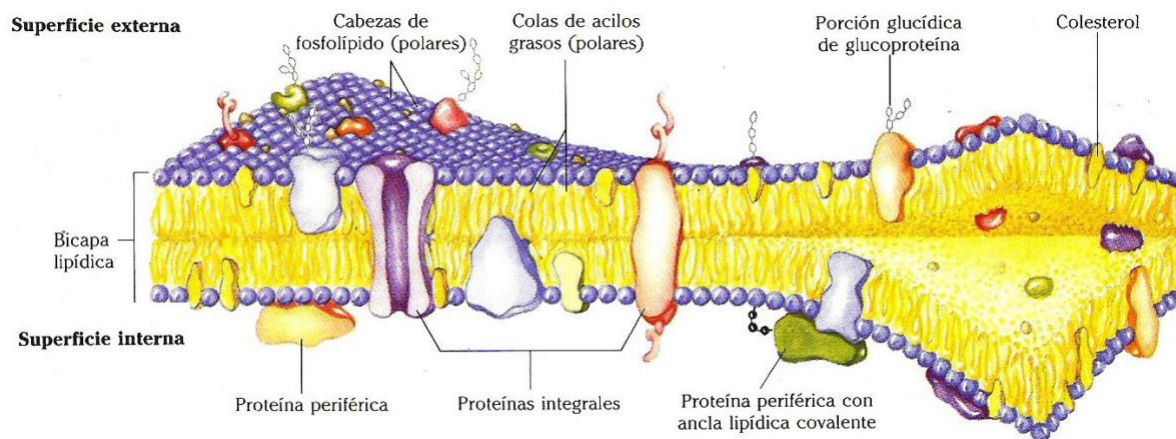


Figura 6: Membrana plasmática. (Extraído de [www.wikiplacoma.ar](http://www.wikiplacoma.ar))

En menor proporción se encuentra el colesterol y los glicolípidos, que son lípidos que contienen uno o varios monosacáridos unidos. Los glicolípidos son también anfipáticos y se encuentran sólo en la parte extracelular de la membrana. Son importantes para mantener la adhesión entre las células y tejidos y pueden contribuir a la comunicación y reconocimiento entre células. El colesterol se ubica entre los fosfolípidos a ambos lados de la membrana, de tal forma que modula la fluidez de la misma.

### Núcleo celular

En el núcleo se encuentra el material genético en forma de cromosomas; desde éste se da toda la información necesaria para que se lleven a cabo todos los procesos tanto intracelulares como fuera de la célula. El núcleo está delimitado por una doble membrana denominada envoltura nuclear que rodea al ADN de la célula separándolo del citoplasma. La envoltura nuclear está interrumpida por numerosos poros a través de los cuales se genera el transporte núcleo-citoplasma. El medio interno se denomina nucleoplasma y en él se visualizan las fibras de ADN (cromatina) y el nucléolo.

**Funciones del núcleo:** las funciones del núcleo están relacionadas con su contenido de ADN:

- Almacenamiento de la información genética.
- Transcripción de los genes a ARN, y el procesamiento de éste a sus formas maduras.
- Regulación de las actividades citoplasmáticas.

### Cromosomas y cromatina

Cada cromosoma está constituido por una molécula de ADN asociada a proteínas histonas y se encuentra formando un cuerpo compacto. La cromatina es el ADN asociado a proteínas histonas y se encuentra en forma laxa. Los cromosomas son el producto de la condensación del ADN sobre las histonas.

### Los genes

Se los define como una secuencia de ADN que contiene la información para un producto funcional. Este producto funcional puede ser una molécula de ARN, y si ese ARN es un ARN mensajero, el producto final funcional es una proteína.



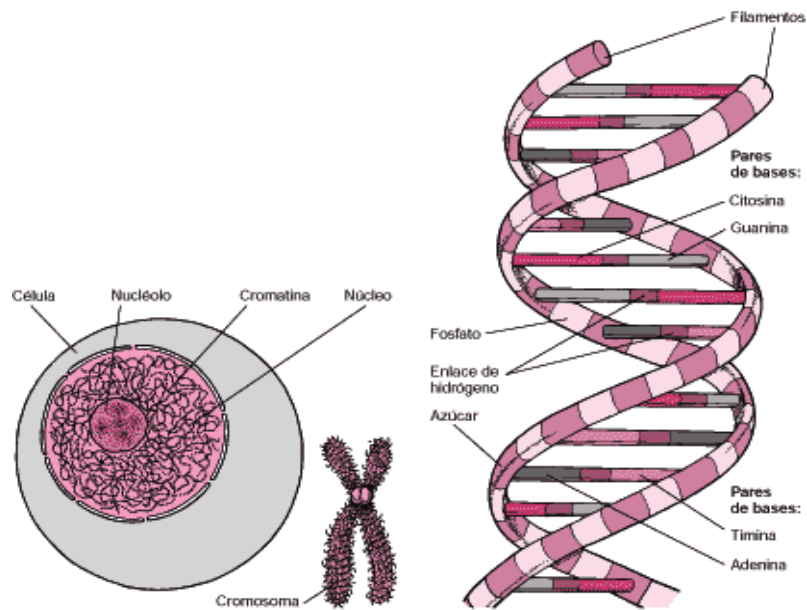


Figura 9: Núcleo celular. Material genético. (Extraído de <http://materialgenetico.wordpress.com>)

## Citoplasma

El citoplasma contiene todo el material que está dentro de la membrana plasmática, y fuera de la región que contiene al ADN. Es una porción fluida que contiene agua, sales y diversas moléculas orgánicas. La suma de todas las reacciones bioquímicas en que se basa la vida tiene lugar en el citoplasma. El citoplasma de las células eucariotas alberga diversas estructuras, algunas de ellas rodeadas de membranas llamadas organelas que realizan funciones específicas y otras sin membranas como son los ribosomas y una red de fibras proteicas, el citoesqueleto, que da forma y organización al citoplasma puesto que muchas organelas están adheridas a él.

**Ribosomas:** son partículas constituidas por ARN ribosómico y proteínas, son los orgánulos donde se lleva a cabo la síntesis de proteínas. De acuerdo a su ubicación en el citoplasma los podemos clasificar en: ribosomas libres encargados de sintetizar proteína que se utilizan en el citosol como las enzimas de degradación de hidratos de carbono. Los ribosomas unidos a membranas forman parte de otra organela: el retículo endoplasmático rugoso (RER), en este caso las proteínas sintetizadas no quedan en el citoplasma.

**Sistema de endomembranas:** Dentro del sistema de endomembranas se distinguen los siguientes elementos: la envoltura nuclear, el retículo endoplasmático, el complejo de Golgi, los lisosomas, las vesículas y las vacuolas. Sus componentes individuales funcionan como parte de una unidad coordinada, que actúa en la elaboración de moléculas de la membrana, enzimas de los lisosomas y en la producción de proteínas que se utilizarán fuera de la célula, es decir, proteínas de secreción.

□ **Envoltura nuclear:** Fundamentalmente la membrana exterior del núcleo que mantiene la continuidad con el retículo endoplasmático.

□ **Retículo endoplasmático rugoso (RER):** Es un grupo de cisternas aplanadas que se conectan entre sí mediante túbulos. Presente en todos los tipos celulares, se halla especialmente desarrollado en las células secretoras de proteínas. El aspecto rugoso del RER se debe a la unión de ribosomas a la cara citosólica. El RER se encarga de la síntesis y el plegamiento correcto de las proteínas.

- **Retículo endoplasmático agranular o liso (REL)** : Su aspecto es más tubular y carece de ribosomas. Alcanza un notable desarrollo en las células secretoras de hormonas esteroideas. En el REL se lleva a cabo la síntesis de lípidos, almacenamiento de calcio y detoxificación de drogas.
- **Aparato o complejo de Golgi** : Constituido por sacos discoideales apilados, como mínimo en número de tres, rodeados por pequeñas vesículas. Cada saco presenta una cara convexa (cara cis) y otra cóncava (cara trans), esta última orientada hacia la superficie celular. El aparato de Golgi se encarga de modificación de sustancias sintetizadas en el RER mediante agregaciones de restos de carbohidratos para conseguir la estructura definitiva. Las proteínas procesadas en el Golgi salen por la cara Trans y van hacia la membrana plasmática para su exportación o bien para formar parte de la membrana (proteínas de membrana). En el Golgi también son procesadas las enzimas hidrolíticas que contienen los lisosomas.
- **Lisosomas**: Son un tipo especial de vesículas presentes en las células animales. Contienen enzimas hidrolíticas activas en medio ácido. Estas enzimas están implicadas en la degradación de proteínas, polisacáridos, ácidos nucleicos y lípidos. Para su óptima actividad, las enzimas hidrolíticas requieren de un medio ácido. Los lisosomas proveen este medio ya que su pH interno se mantiene cercano a 5. Las enzimas lisosomales son capaces de hidrolizar a todos los tipos principales de macromoléculas que se encuentran en una célula viva. Las enzimas no destruyen la membrana de los lisosomas que las contienen. En los glóbulos blancos, intervienen en la digestión de bacterias.

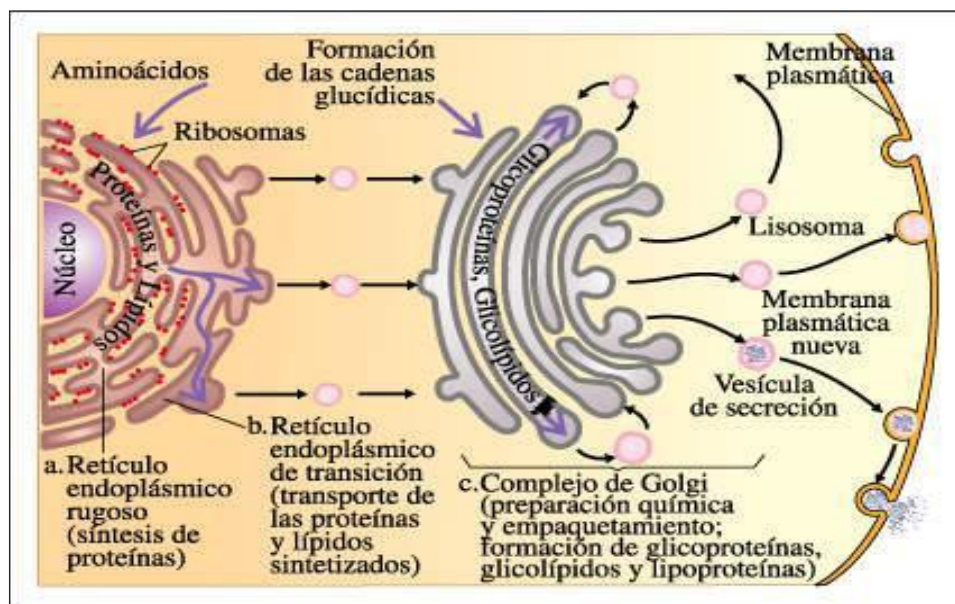


Figura 10: Sistema de endomembranas. Componentes. (Extraído de Biología de Curtis 2000)

Otro tipo de organelas presentes en el citoplasma son:

**Peroxisomas:** Son orgánulos citoplasmáticos muy comunes, en forma de vesículas que contienen oxidasas y catalasas. Estas vesículas en su matriz contienen enzimas (oxidasas) relacionadas con diversas vías metabólicas oxidativas (aminoácidos, ácido úrico). Como producto secundario de sus procesos se genera peróxido de hidrógeno ( $H_2O_2$ ), cuya acumulación en la célula puede resultar perjudicial. Por ello, en los peroxisomas está presente otra enzima, la catalasa, que se encarga de catalizar la ruptura de  $H_2O_2$  dando como resultado oxígeno molecular más agua. Estas enzimas cumplen funciones de detoxificación celular.

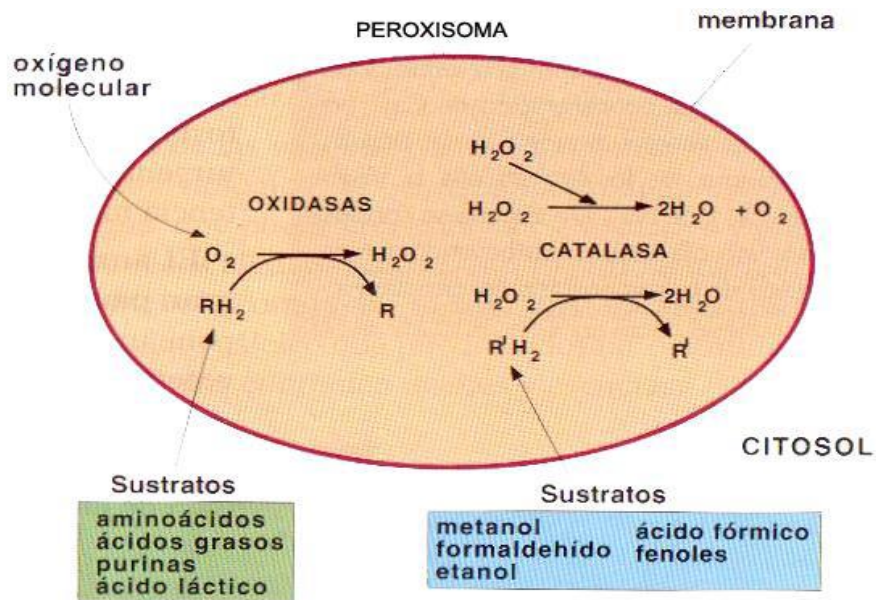


Figura 11. Peroxisomas. Función. (Extraído de <http://iozz.wordpress.com>).

**Mitocondrias:** Son las organelas cuya estructura consta de dos membranas una externa lisa y una interna fuertemente plegada en forma de crestas; el mayor desarrollo de la membrana interna está relacionado con la síntesis de ATP. En estas organelas se completa la degradación de las moléculas orgánicas y se libera la energía contenida en sus enlaces, por el proceso de respiración celular que consume oxígeno. La energía liberada se almacena en moléculas de ATP. Las mitocondrias son numerosas en células que tienen altas demandas energéticas como las células musculares.

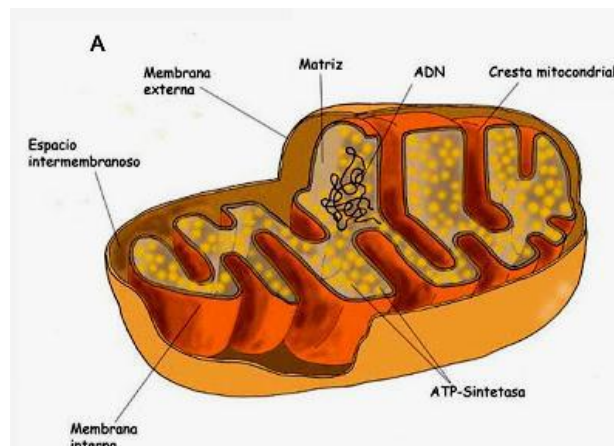


Figura 12. Mitocondria. (Modificado de <http://celularchuksot.blogspot.com>).

Tabla 1: Estructura y funciones del sistema de endomembranas y orgánulos membranosos y no membranosos.

	Estructura	Funciones
Reticulo endoplasmático rugoso	Membranas en forma de sacos aplanados y túbulos. Con ribosomas adheridos a su superficie externa.	Síntesis de proteínas de exportación, de membrana y lisosomales. Agregado de ciertos azúcares para formar glicoproteínas.
Reticulo endoplasmático liso	Membranas en las que predominan los túbulos.	Síntesis de la mayoría de los lípidos, síntesis de colesterol, detoxificación.
Complejo de Golgi	Pilas de sacos membranosos aplanados.	Concentración y empaquetamiento de los productos del RER, glicosilación de proteínas y lípidos.
Lisosomas	Vesículas membranosas.	Pequeñas vesículas donde se produce el desdoblamiento de moléculas orgánicas complejas gracias a las enzimas hidrolíticas.
Mitochondria	Una doble membrana que limita un espacio interior: la matriz. Los repliegues de la membrana interna forman las crestas.	Metabolismo aeróbico. Lugar donde se llevan a cabo: ciclo de Krebs, cadena respiratoria y fosforilación oxidativa.
Cloroplasto	Tres sistemas de membrana. El interior forma los tilacoides y las granas.	Fotosíntesis.
Peroxisomas	Vesícula.	Enzimas que protegen de la toxicidad del oxígeno, por ej. la catalasa
Ribosomas	Dos subunidades que carecen de membranas.	Síntesis de proteínas.
Citoesqueleto	Red proteica.	Da forma a la célula. Permite el transporte de sustancias y organelas en el citoplasma.

## Citoesqueleto

Es un andamiaje interno que mantiene la organización de la célula y sus organelas, permite movimientos y cambios de forma, como así también, dirige el tránsito intracelular.

Las proteínas filamentosas en el interior del citoplasma conforman este andamiaje y se conoce como citoesqueleto.

El citoesqueleto está constituido por tres tipos de componentes: los microtúbulos, los microfilamentos o filamentos de actina y los filamentos intermedios (Figura 13).

Los **microtúbulos** son largos tubos huecos formados por dímeros de proteínas globulares llamadas tubulinas  $\alpha$  y  $\beta$ ; tienen alrededor de 22 a 25 nanómetros de diámetro.

Son importantes en el transporte de vesículas y organelas en el citoplasma, participan de la división celular en los movimientos de los cromosomas, son componentes de los cilios y flagelos, estructuras responsables de la locomoción de muchas células.

Los **filamentos intermedios** son abundantes en células sometidas a tensiones mecánicas como las células epiteliales, nerviosas y musculares. Tienen un diámetro entre 8 a 12 nanómetros, están constituidos por proteínas fibrosas y resistentes, con una porción central en forma de bastón de longitud constante y dos regiones terminales (cabeza y cola) de longitud variable. Están presentes en los puntos específicos de unión entre células vecinas.

Los **filamentos de actina o microfilamentos** están compuestos por varias moléculas de una proteína globular denominada actina G, estas moléculas se ensamblan y forman una estructura helicoidal conocida como actina F que tiene un diámetro de unos 7 nanómetros.

Son responsables de la contracción de músculos, la división celular en animales y distintas formas de locomoción y movimiento como los pseudópodos y las microvellosidades.

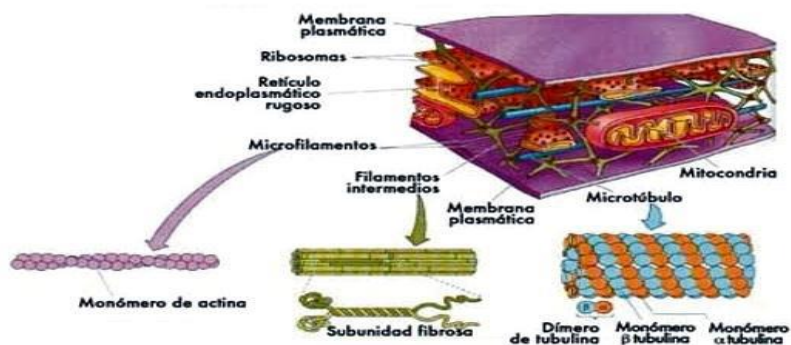


Figura 13. Componentes del citoesqueleto. (Modificado de <http://bioprofe4.blogspot.com.ar>).

Muchos organismos unicelulares logran propulsarse gracias a prolongaciones filamentosas de la membrana plasmática denominados **cilios y flagelos**. Los cilios y flagelos son estructuras complejas con más de 250 proteínas diferentes. Ambos contienen una estructura central de microtúbulos y otras proteínas asociadas, denominadas conjuntamente como axonema, rodeado todo ello por membrana celular. El axonema consta de 9 pares de microtúbulos exteriores que rodean a un par central. A esta disposición se la conoce como  $9 \times 2 + 2$  (Figura 14). Las principales diferencias entre cilios y flagelos radican en su longitud y número. Los cilios miden de 10 a 25  $\mu\text{m}$  y son más numerosos que los flagelos (50 a 75  $\mu\text{m}$ ).

El ensamblaje de los microtúbulos de los cilios y flagelos está anclado a la célula por un cuerpo basal. La estructura del cuerpo basal consta de microtúbulos dispuestos en nueve tripletes que se disponen formando una estructura cilíndrica. Carece del par central ( $9 \times 3 + 0$ ) (Figura 14).

Cilios y flagelos se mueven en forma continua por lo tanto tienen altos requerimientos de ATP, el cual es generado por mitocondrias que abundan cerca de los cuerpos basales. Estas estructuras se encuentran exclusivamente en células animales.

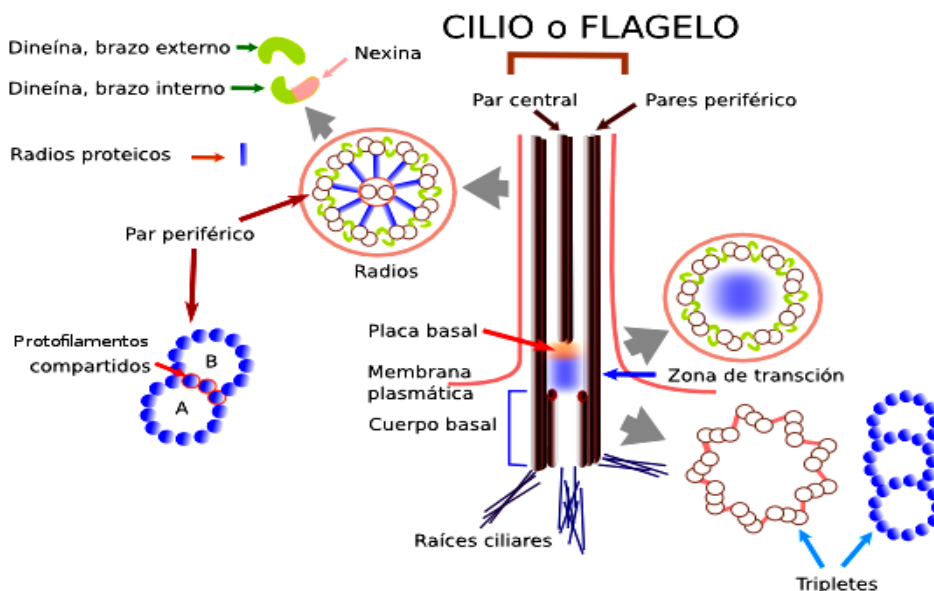


Figura 14: Esquema donde se indican los principales componentes de la estructura de cilio-flagelo y cuerpo basal. (Extraído de <http://webs.uvigo.es>).

### Centríolos

Los centríolos son una pareja de tubos que forman parte del citoesqueleto, semejantes a cilindros huecos. Estos son orgánulos que intervienen en la división celular.

Están constituidos por una pareja de estructuras cilíndricas y sólo están presentes en células animales. Cada centriolo está formado por nueve tripletes de microtúbulos que forman todos juntos y unidos entre sí un círculo (Figura 15). Los centriolos se encuentran rodeadas de un material proteico denso llamado material pericentriolar, formando el **centrosoma** o Centro Organizador de Microtúbulos, el cual permite la polimerización de dímeros de tubulina para formar microtúbulos que se irradian a partir del mismo, mediante una disposición estrellada llamada huso mitótico.

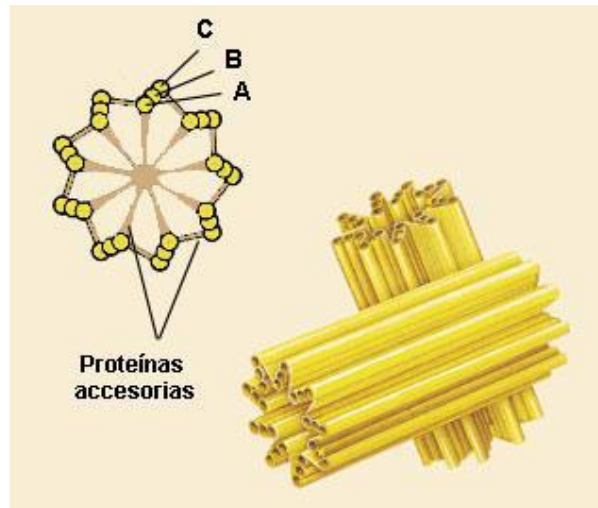


Figura 15. Estructura de los centriolos. (Extraído de <http://webs.uvigo.es>)

## ACTIVIDADES

- Dé una definición completa de célula y mencione los enunciados de la Teoría Celular.
- Complete el siguiente cuadro referidos a las estructuras de la célula procariota.

ELEMENTOS ESTRUCTURAS DE LA CÉLULA PROCARIOTA	
ESTRUCTURA	FUNCIÓN
cápsula	
pared	
Membrana plasmática	
mesosoma	
ribosomas	
cromosoma	
inclusiones	
flagelos	

- Responda las siguientes preguntas:
  - Enumere las funciones de la membrana plasmática.
  - ¿Qué tipo de proteínas se diferencian en la membrana de acuerdo con el modelo de "mosaico fluido"? ¿Qué papel tienen en la actividad de la membrana?
  - ¿Qué tipos de sustancias pueden atravesar las membranas por difusión simple? ¿Se trata de un transporte activo o pasivo? Justifique su respuesta.
  - ¿Por qué se dice que la bomba de  $\text{Na}^+/\text{K}^+$ , es un mecanismo de transporte activo?
- El modelo de mosaico fluido de la membrana celular implica que (Señale con una V si la respuesta es verdadera y con una F si es falsa).
  - los lípidos de una membrana están en constante movimiento.
  - las proteínas insertas en los lípidos pueden moverse y desplazarse dentro de los lípidos.
  - las cabezas polares de los fosfolípidos se orientan hacia las caras interna y externa de la membrana.
- Señale con una V si la respuesta es verdadera y con una F si es falsa.
  - La estructura básica de las membranas biológicas está determinada por la bicapa lipídica, pero sus funciones específicas, las llevan a cabo en su mayor parte las proteínas V-F.
  - Las proteínas de la membrana forman una monocapa que se extiende a ambos lados de la bicapa lipídica. V-F.
  - La membrana plasmática es muy impermeable a todas las moléculas cargadas. V-F.
- ¿Cuáles son las funciones del núcleo celular?
- ¿Qué estructuras se distinguen en el núcleo de la célula?
- Se puede comparar el funcionamiento de una fábrica con el de una célula eucariota. ¿A qué partes de la célula corresponderían las siguientes secciones de la fábrica?
  - Departamento de transporte entre distintas secciones.
  - Dirección.
  - Recolección y procesamiento de residuos.

- d. Generadores de energía.
- e. Departamento de montaje y empaque.
- f. Muros y vías de acceso de personal y materias primas.

9. Referido a los ribosomas marque verdadero o falso y justifique su respuesta.

- a. Los ribosomas unidos al RER están delimitados por una membrana.
- b. Los ribosomas libres en el citoplasma y los unidos al RER difieren en su estructura.
- c. Los ribosomas unidos al RER sintetizan proteínas de membrana y de secreción.
- d. Los ribosomas tienen un pH 5 en su interior.

10. ¿Qué organelas tienen en común las células vegetales y animales? ¿Cuáles son exclusivos de cada tipo?

12. ¿Cuál es la función de los ribosomas unidos al retículo endoplásmico rugoso y la de los ribosomas libres?

13. Nombre las células que presentan un gran desarrollo del retículo endoplásmico rugoso y aquellas que presentan un gran desarrollo del retículo endoplásmico liso.

14. ¿Cuáles son las enzimas que presentan los lisosomas, que tipo de reacción catalizan y cuál es el pH de esta organela?

15. ¿Qué enzimas se encuentran en los peroxisomas y que reacciones catalizan?

16. ¿Cuál es la importancia biológica del citoesqueleto?

17. ¿Cuáles son los componentes del citoesqueleto?

18. Relacione algunas estructuras celulares con el citoesqueleto.

19. ¿Cuáles son las organelas de la célula eucariota en las cuáles se produce transformación de energía?



# Módulo Matemática

# Contenido

Prólogo.....	
Bibliografía y textos de apoyo.....	
Notación.....	
1 Los números reales.....	
1.1. Operaciones elementales. Propiedades.....	
1.2. La recta numérica. Valor absoluto.....	
1.3. Subconjuntos de $\mathbb{R}$ .....	
1.4. Potenciación y radicación. Propiedades.....	
1.5. Racionalización.....	
Actividades.....	
2 Funciones de variable real.....	
2.1. Funciones. Dominio e imagen.....	
2.2. Funciones de una variable real.....	
2.2.1. Funciones polinómicas.....	
2.2.2. Función lineal. Rectas.....	
2.2.3. Ecuación de una recta a partir de sus datos.....	
2.2.4. Rectas paralelas y perpendiculares.....	
2.3. Planteo y resolución de problemas.....	
Actividades.....	
Actividades.....	
3 Expresiones algebraicas.....	
3.1. Expresiones algebraicas. Nociones básicas.....	
3.2. Factorización.....	
3.2.1. Factor común.....	
3.2.2. Trinomio cuadrado perfecto.....	
3.2.3. Diferencia de cuadrados.....	
3.3. Teorema de Ruffini.....	
3.4. Planteo y resolución de problemas.....	
Actividades.....	
4 Función cuadrática.....	
4.1. Parábolas.....	
4.2. Posiciones relativas respecto al eje de abscisas.....	
4.3. Distintas formas de expresar la ecuación de la parábola.....	
4.4. Planteo y resolución de problemas.....	

## Prólogo

El ingreso y permanencia en la Universidad enfrenta al estudiante a cambios sustanciales en su vida. Los logros de cada estudiante dependerán; en buena medida; de su esfuerzo y dedicación.

El Curso de Nivelación en Matemática, tiene como objetivo acompañar al estudiante a iniciar este camino, no sólo en cuanto a los contenidos académicos sino en su adaptación a la vida universitaria.

Los docentes somos quienes brindamos el apoyo necesario para transitar esta etapa, sabiendo que tanto docentes como estudiantes debemos participar seria, crítica y activamente en esta propuesta.

El material que componen estas notas ha sido elaborado para dar a todos los estudiantes la posibilidad de revisar conceptos y habilidades de esta ciencia, adquiridos en el nivel medio, y los cuales se consideran básicos para poder cursar, sin mayores dificultades, las primeras materias vinculadas a la Matemática en la carrera elegida.

Se pretende también que estas notas sean un primer paso hacia la formalidad matemática.

Es por esto que, sin ser muy rigurosos con las definiciones y demostraciones, se presentarán los diferentes conceptos combinando el lenguaje coloquial, al que los estudiantes están habituados, con el lenguaje matemático.

A lo largo de cada una de las unidades se realizará, tanto una revisión teórica de los contenidos seleccionados y sus propiedades, como también algunas preguntas que invitan a reflexionar. Luego se ha planteado una serie de actividades y problemas para aplicar y repensar lo estudiado.

Estas notas están en continua revisión.

## Bibliografía y textos de apoyo.

A continuación, se presentan algunos libros que pueden ser útiles como material de consulta de las distintas unidades.

- De Guzman M. y Colera J. (2000): *Bachilleratos I, II y III y Matemáticas I y II*. C.O.U., Anaya.
- De Simone, I., Turner, M. (1993): *Matemática 4. Cap. 1, 3, 4 y 6*. A-Z. Editora S. A.
- Casamiquela, R. (2008): *MA73MÁ71CA amiga*. ISBN 978-987-05-4923-9.
- Tapia, N., Bibiloni, A., Tapia, C. (1993): *Matemática 4. Cap. 1, 3, 4, 7, 8 y 11*. Ed. Estrada.

## Notación

A continuación, presentamos algunos de los símbolos matemáticos usados a lo largo de estas notas, indicando su significado. La definición, interpretación y uso de cada uno de ellos se explicará más detalladamente a medida que los mismos sean utilizados a lo largo del texto.

### Conjuntos numéricos

$\mathbb{N}$  conjunto de los números naturales.

$\mathbb{Z}$  conjunto de los números enteros.

$\mathbb{Q}$  conjunto de los números racionales.

$\mathbb{I}$  conjunto de los números irracionales.

$\mathbb{R}$  conjunto de los números reales.

$\mathbb{R}^+$  conjunto de los números reales positivos.

$\mathbb{R}^-$  conjunto de los números reales negativos.

$\mathbb{R}^2$  plano cartesiano; conjunto de los pares ordenados  $(x; y)$ , donde  $x; y$  son números reales.

### Relaciones entre conjuntos numéricos y sus elementos.

$>$  mayor que.

$\geq$  mayor o igual que.

$<$  menor que.

$\leq$  menor o igual que.

$\in$  pertenece.

$\notin$  no pertenece.

$\cup$  unión.

$\cap$  intersección.

$:$  tal que.

$\emptyset$  conjunto vacío.

### Operaciones y funciones.

$\cong$  aproximadamente igual.

$|$  según el contexto, estas barras pueden indicar:

- $|a|$  valor absoluto del número  $a$ .
- $|AB|$  medida del segmento  $AB$ .

$d(a; b)$  distancia entre  $a$  y  $b$ .

$\Delta$  discriminante de la ecuación cuadrática.

$f : A \rightarrow B$  función  $f$  definida de  $A$  en  $B$ , se lee " $f$  de  $A$  en  $B$ ".

$f(a)$  función  $f$  evaluada en el elemento  $a$ , se lee " $f$  en  $a$ ".

$Dom f$  dominio de la función  $f$ .

$Im f$  imagen de la función  $f$ .

### **Otros símbolos.**

$\Rightarrow$  implica.

$\Leftrightarrow$  si, y sólo si.

# Unidad 1

## Los números reales

### 1.1 Operaciones elementales. Propiedades.

Con la letra  $\mathbb{R}$  representamos al conjunto de los números reales. Para indicar que  $a$  es un número real, esto es, que  $a$  pertenece al conjunto de los números reales, escribimos  $a \in \mathbb{R}$ .

Sobre el conjunto  $\mathbb{R}$  se definen dos operaciones elementales: la suma (+) y la multiplicación o producto ( $\cdot$ ). La suma y el producto de dos números reales es un número real.

Además se verifican las siguientes propiedades:

(1) Asociativa. Si  $a, b$  y  $c \in \mathbb{R}$ , entonces:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{y} \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

(2) Conmutativa. Si  $a$  y  $b \in \mathbb{R}$ , entonces:

$$a + b = b + a \quad \text{y} \quad a \cdot b = b \cdot a.$$

(3) Distributiva. Si  $a, b$  y  $c \in \mathbb{R}$ , entonces:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c \quad \text{y} \quad c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b.$$

(4) Elemento neutro. Existen dos números reales distintos, el 0 y el 1, tales que, para cualquier  $a \in \mathbb{R}$  se verifica:

$$a + 0 = a \text{ (neutro aditivo),}$$

$$a \cdot 1 = a \text{ (neutro multiplicativo).}$$

(5) Elemento opuesto. Para cada  $a \in \mathbb{R}$  existe un número real llamado opuesto (simétrico) de  $a$ , y lo escribimos  $(-a)$ , de forma que la suma de estos números es el neutro aditivo.

Esto es,

$$a + (-a) = 0 \text{ (opuesto).}$$

(6) Elemento inverso. Para cada número real  $a \neq 0$  existe un número real llamado inverso de  $a$ , que expresamos  $a^{-1}$  o  $\frac{1}{a}$ , de forma que el producto de estos números es el neutro multiplicativo. Esto es,

$$a \cdot a^{-1} = a \cdot \frac{1}{a} = 1 \text{ (inverso).}$$

**Observación 1.1.1.** Una particularidad del neutro aditivo (0) es que cualquiera sea  $a \in \mathbb{R}$  se verifica  $a \cdot 0 = 0$ . Más aún, el producto de dos números reales es nulo si, y sólo si, uno de ellos es 0. Simbólicamente:

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ o } b = 0$$

Si bien definimos solo la suma y la multiplicación de dos números reales, también podemos hablar de resta ( $-$ ) y división o cociente ( $:$ ). La resta no es otra cosa que sumar el opuesto de un número. De forma similar, lo que se conoce como división es la multiplicación por un inverso. De esta forma,

$$5 - 3 = 5 + (-3) \quad \text{y} \quad 5 : 3 = 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

Recordemos que en algunos casos podemos simplificar ciertas expresiones. Por ejemplo,

$$\frac{14}{21} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot \cancel{7}}{3 \cdot \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

O bien

$$\frac{15}{\frac{40}{3}} = \frac{15}{4} \cdot \frac{40}{3} = \frac{15}{4} \cdot \frac{3}{40} = \frac{3 \cdot 5}{4} \cdot \frac{3}{8 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 8} = \frac{9}{32}$$

Notemos que habría sido un error simplificar el denominador 4 con el numerador 40, y también sería error en simplificar el numerador 15 con el denominador 3.

En el siguiente ejemplo mostramos el orden en que deben resolverse ciertas operaciones y la manera correcta de simplificar las expresiones obtenidas.

### Ejemplo 1. 1. 1.

Resolvemos paso a paso algunas operaciones entre números reales.

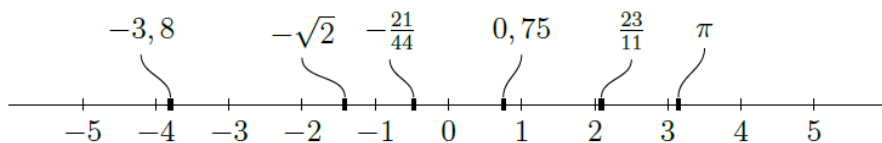
$$1) \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{4}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2-3}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(-1)}{4} = \frac{1}{2} \cdot (-4) = -2$$

$$2) 1 + \frac{-1+3^{-1}}{2+3^{-1}} = 1 + \frac{-1+\frac{1}{3}}{2+\frac{1}{3}} = 1 + \frac{\frac{-3+1}{3}}{\frac{6+1}{3}} = 1 + \frac{-2}{7} = 1 - \frac{2}{7} = \frac{7-2}{7} = \frac{5}{7}$$

### 1.2 La recta numérica. Valor absoluto.

Representamos gráficamente el conjunto  $\mathbb{R}$  en una recta numérica. A cada número real le corresponde un único punto sobre la recta y viceversa, a cada punto en la recta numérica se le asocia un único número real. Esto es posible dado que existe una relación de orden entre los elementos de este conjunto. Se utilizan los símbolos  $<$  (menor),  $>$  (mayor),  $\leq$  (menor o igual),  $\geq$  (mayor o igual) para describir esta relación.

En el siguiente gráfico se muestra la ubicación de algunos números reales en la recta.



Podemos distinguir entre el conjunto de números positivos (mayores que 0), que indicamos  $\mathbb{R}^+$ , y el conjunto de números negativos (menores que 0), que indicamos  $\mathbb{R}^-$ . Simbólicamente,

$$\mathbb{R}^+ = \{a \in \mathbb{R} : a > 0\} \quad \text{y} \quad \mathbb{R}^- = \{a \in \mathbb{R} : a < 0\}.$$

El primero de estos conjuntos se lee

*" $\mathbb{R}^+$  es el conjunto de los números  $a$  en  $\mathbb{R}$  tales que  $a$  es mayor que cero".*

Por ejemplo,

$$-3; 8 \in \mathbb{R}^-; \quad -\sqrt{2} \in \mathbb{R}^-; \quad 0,75 \in \mathbb{R}^+; \quad \pi \in \mathbb{R}^+$$

**Observación 1.2.1.** Notemos que si  $a \in \mathbb{R}$  es positivo (es decir,  $a > 0$ ) entonces su opuesto ( $-a$ ) es negativo (esto es,  $-a < 0$ ). De la misma forma, si  $a < 0$ , entonces  $-a > 0$ .

A partir de esta distinción entre números reales positivos y negativos tenemos las siguientes reglas de signo para la multiplicación (y división).

Si multiplicamos o dividimos dos números que igual signo; ya sean positivos o negativos; el signo del resultado es positivo.

Si multiplicamos o dividimos dos números que signo diferente, el signo del resultado es negativo.

Podríamos preguntarnos si existe una regla de signo para la suma. Es fácil observar que la suma de dos números positivos es siempre un número positivo, y la suma de dos números negativos es siempre un número negativo.

Ahora, ¿podemos afirmar que la suma de un número positivo y un número negativo es siempre un número negativo? La respuesta es **no**. En otras palabras, la afirmación es falsa.

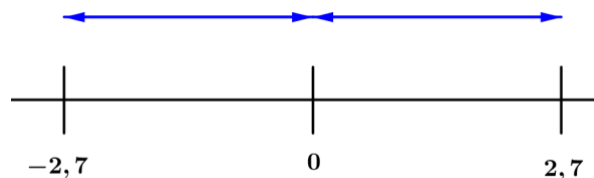
Para mostrar que una afirmación es falsa alcanza con encontrar un contraejemplo. En este caso, tomemos un valor de  $a > 0$ , por ejemplo,  $a = 3$  y un valor de  $b < 0$ , por ejemplo,  $b = -1$ . Con estos valores, obtenemos  $a + b = 3 + (-1) = 2$  que es un número positivo. Mostramos así, con un contraejemplo, que la suma de un número positivo y uno negativo no es siempre un número negativo.

De la misma forma podemos mostrar que la suma de un número positivo y uno negativo no siempre es un número positivo. Podemos considerar, por ejemplo, un valor de  $a > 0$ ; en particular  $a = 3$  y un valor  $b < 0$ ; por ejemplo  $b = -9$ , de forma que encontramos  $a + b = 3 + (-9) = -6$ .

De estas observaciones concluimos que no existe una regla de signo para la suma.

Otro concepto relacionado con los números reales es el de valor absoluto. El valor absoluto de un número real se asocia con la distancia de dicho número al 0. Al valor absoluto de  $a \in \mathbb{R}$  lo escribimos  $|a|$ . Así,  $|2,7| = 2,7$  y también  $|-2,7| = 2,7$ .

Gráficamente se observa que la distancia de ambos números a 0 es la misma.



La definición formal de valor absoluto está dada por:

$$|a| = \begin{cases} a; & \text{si } a \geq 0 \\ -a; & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Para cualquier  $a; b \in \mathbb{R}$  se verifican las siguientes propiedades:

- 1)  $|a| \geq 0$
- 2)  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
- 3)  $|-a| = |a|$

Además, el único número real cuyo valor absoluto es cero, es el cero. Simbólicamente, esto se indica  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ , y se lee "El valor absoluto de  $a$  es igual a cero si, y sólo si  $a$  es cero".

Si  $a; b \in \mathbb{R}$ , definimos la distancia entre  $a$  y  $b$  de la forma

$$d(a; b) = |b - a|$$

Así, por ejemplo, la distancia entre  $(-3)$  y  $2$  es

$$d(-3; 2) = |2 - (-3)| = 5$$

Propiedad de la distancia. Para cualquier  $a; b \in \mathbb{R}$ , se verifica

$$d(a; b) = d(b; a)$$

Esta propiedad es sencilla de demostrar, y lo haremos usando las propiedades ya enunciadas.

A partir de las propiedades (2) y (3) anteriores resulta

$$d(a; b) = |b - a| = |(-1) \cdot (a - b)| = |-1| \cdot |a - b| = |a - b| = d(b; a)$$

### 1.3 Subconjuntos de $\mathbb{R}$ .

Dentro del conjunto de los números reales podemos distinguir algunos subconjuntos particulares.



### 1. Números enteros ( $\mathbb{Z}$ )

El conjunto de los números enteros está formado por los números naturales ( $\mathbb{N}$ ), también llamados enteros positivos ( $\mathbb{Z}^+$ ), los enteros negativos ( $\mathbb{Z}^-$ ) y el elemento neutro (0).

Simbólicamente:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

### 2. Números racionales ( $\mathbb{Q}$ ).

Los números racionales se forman a partir del cociente entre dos números enteros.

Simbólicamente

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \in \mathbb{R} : m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

Notemos que el cociente entre dos números enteros puede ser exacto (es decir, al dividir dos números, el resto da cero), como por ejemplo

$$\frac{12}{-6} = -2$$

o bien el cociente es una expresión decimal (el resto es distinto de cero). A su vez, las expresiones decimales pueden ser finitas:

- Finitas

$$\frac{3}{4} = 0,75, \quad -\frac{11}{8} = -1,375$$

- Periódicas puras:

$$\frac{7}{3} = 2,333 \dots = 2, \hat{3}, \quad \frac{23}{11} = 2,090909 \dots = 2, \overline{09}$$

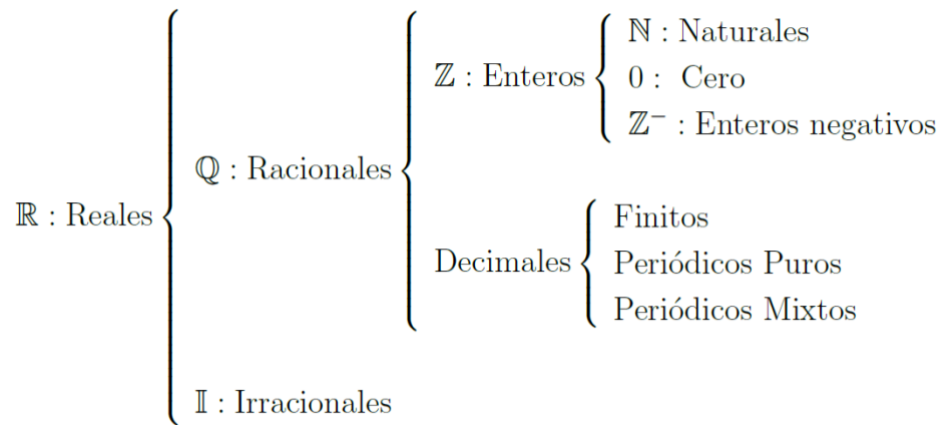
- Periódicas mixtas:

$$\frac{7}{6} = 1,1666 \dots = 1,1\hat{6}, \quad \frac{35}{36} = 1,02777 \dots = 1,02\hat{7}, \\ -\frac{21}{44} = -0,47727272 \dots = -0,47\hat{7}2$$

### 3. Números irracionales ( $\mathbb{I}$ )

Los números reales que no se pueden expresar como cociente de dos números enteros forman el conjunto de números irracionales. La expresión decimal de un número irracional no es finita ni periódica. Por ejemplo,  $\pi, \sqrt{2}, \sqrt[5]{3}, 2 + 3\pi$  son números irracionales.

Tenemos así el siguiente esquema:



### Ejemplo 1.3.1

Resolvamos algunos cálculos entre números reales e indiquemos a que subconjunto de los números reales pertenece cada uno de los resultados.

El resultado del siguiente cálculo:

$$-4^{-1} \cdot \left| \frac{4}{5} - 2 \right| = -\frac{1}{4} \cdot \left| -\frac{6}{5} \right| = -\frac{6}{20} = -\frac{3}{10} = -0,3$$

es un número real que también es racional. Se trata de una expresión decimal finita. Por otro lado

$$\frac{14}{3} : \left( \frac{6}{-7} \right)^{-1} = -\frac{14}{3} : \frac{7}{6} = -4$$

es un número real que también es racional y entero. Más aún, es un entero negativo. Por último, el resultado del cálculo

$$2\sqrt{3} - \left( \frac{1}{2\sqrt{3} - 1} \right)^{-1} = 2\sqrt{3} - (2\sqrt{3} - 1) = 1$$

es un número real que también es racional, entero y natural.

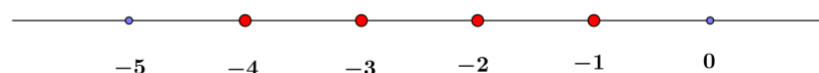
### Ejemplo 1.3.2.

Hallemos en cada uno de los siguientes casos los números que verifican las condiciones indicadas.

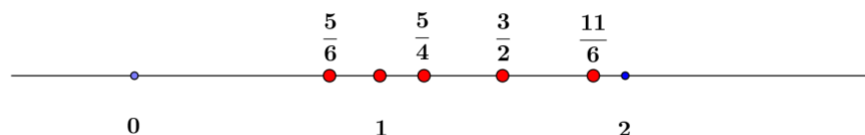
1. Todos los números enteros mayores que  $-5$  y menores o iguales que  $-1$ .
2. Cinco números racionales mayores que  $\frac{2}{3}$  y menores que  $2$ .
3. Tres números enteros negativos cuyo valor absoluto sea mayor que  $\frac{5}{2}$ .

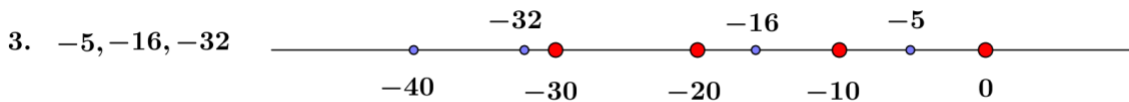
Para responder a estas consignas puede ser útil representar la situación en una recta numérica.

1.  $-4, -3, -2, -1,$



2.  $\frac{5}{6}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{11}{6}$





### 1.4 Potenciación y radicación. Propiedades.

Si  $a \in \mathbb{R}$  y  $n \in \mathbb{N}$ , definimos la potencia  $n$ -ésima de  $a$  como

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ veces } a}$$

El número  $a$  se llama base de la potencia y  $n$  es el exponente.

Podemos extender esta definición para  $n = 0$  y para potencias enteras negativas. Si  $a \neq 0$  definimos:

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = (a^{-1})^n = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$$

**Observación 1.4.1.** Sean  $a \in \mathbb{R}$  y  $n \in \mathbb{N}$ . Si  $a = 0$ , tenemos  $a^n = 0^n = 0$ .

Si  $a > 0$ , entonces  $a^n > 0$ ; y si  $a < 0$ , entonces:

$$a^n < 0; \text{ si } n \text{ es impar};$$

$$a^n > 0; \text{ si } n \text{ es par}$$

Para  $a \in \mathbb{R}$  y  $n \in \mathbb{N}$ , definimos la raíz  $n$ -ésima (principal) de  $a$  como el número  $b \in \mathbb{R}$  que verifica

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{si} \quad b^n = a$$

en el caso en que  $n$  es par, debe ser  $a > 0$  y tomamos  $b > 0$

El valor  $n$  se llama **índice** de la raíz.

Si  $a = 0$  tenemos  $\sqrt[n]{0} = 0$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

**Observación 1.4.2.** De la definición dada resulta que para valores pares de  $n$ ,  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ .

Veamos algunos ejemplos.

- Si  $n$  es impar la raíz real de  $a$  tiene el mismo signo que  $a$ . Por ejemplo, la raíz cúbica

( $n = 3$ ) real de  $a = 27$  es 3, pues  $3^3 = 27$ , mientras que la raíz quinta ( $n = 5$ ) real de

$a = -32$  es  $-2$ , pues  $(-2)^5 = -32$ .

- Si  $n$  es par y  $a$  es positivo, la raíz es positiva. Por ejemplo, la raíz cuadrada de 9 es 3 ya que  $3^2 = 9$ .

- Si  $n$  es par y  $a$  es negativo no existen raíces reales de  $a$ . Por ejemplo, si  $a = -16$  y  $n = 4$  no tenemos solución real para  $\sqrt[4]{-16}$ , ya que no existe  $b \in \mathbb{R}$  tal que  $b^4 = -16$ .

En los siguientes ejemplos resolvemos, paso a paso, operaciones combinadas.

$$1) \sqrt{-2^{-2} + \frac{\sqrt[3]{12-20}}{4} + \sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^{-1}}} = \sqrt{-\frac{1}{2^2} + \frac{\sqrt[3]{-8}}{4} + \sqrt{9}} = \sqrt{-\frac{1}{4} - \frac{2}{4} + 3} = \frac{3}{2}$$

$$2) \sqrt[4]{(-2)^{-2} - \frac{5}{16}} = \sqrt[4]{\frac{1}{4} - \frac{5}{16}} = \sqrt[4]{-\frac{1}{16}} \rightarrow \text{no es posible resolverlo en } \mathbb{R}$$

A partir de las definiciones de potenciación y radicación presentadas establecemos, para

$a \in \mathbb{R}; m; n \in \mathbb{N}$ ,

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Nuevamente si  $n$  es par, la base  $a$  debe ser positiva o cero para que esta operación esté bien definida en  $\mathbb{R}$ .

Podemos extender la definición anterior para valores racionales negativos. Si  $a \in \mathbb{R}; a \neq 0$   $m, n \in \mathbb{N}$ , entonces

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

Las siguientes propiedades son válidas para  $a, b \in \mathbb{R}$  y  $p, q \in \mathbb{Q}$  siempre y cuando cada uno de los factores esté bien definido.

- 1)  $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
- 2)  $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
- 3)  $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$
- 4)  $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$
- 5)  $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$

### Ejemplo 1.4.1.

Resolvamos el siguiente cálculo aplicando propiedades.

$$\frac{(-3)^{-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{3 \cdot 5^3}}{(5^4 \cdot \sqrt[4]{3^2})^{\frac{1}{2}}} = \frac{3^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}}}{5^{(4 \cdot \frac{1}{2})} \cdot 3^{\frac{2 \cdot 1}{2}}} = \frac{3^{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}}}{5^2 \cdot 3^{\frac{1}{4}}} = 3^{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{2} - 2} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

## 1.5 Racionalización

En ciertas expresiones en las que intervienen raíces es conveniente transformar el numerador o el denominador en un número entero.

Dos fórmulas, que estudiaremos con más detalle en otra unidad, son de utilidad en estos casos. Ambas se verifican aplicando la propiedad distributiva.

1. Cuadrado de un binomio.

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

2. Diferencia de cuadrados.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Veamos cómo racionalizar expresiones por medio de los siguientes ejemplos.

### Ejemplo 1.5.1

Consideremos dos casos en el que tenemos solo una raíz en el denominador. En el primer caso la raíz es cuadrada, es por eso que multiplicamos numerador y denominador por esta misma raíz.

$$\frac{2 - \sqrt{13}}{\sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{13}) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{13} \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{39}}{3}$$

Es importante remarcar que al multiplicar por un mismo número el numerador y el denominador de una expresión racional, esta expresión no cambia.

En el segundo caso la raíz es cúbica. Si bien en las actividades sólo se racionalizarán raíces cuadradas, presentamos este ejemplo a modo ilustrativo dado que la estrategia es similar a la presentada en el caso anterior.

Para que una raíz cúbica se simplifique debemos multiplicar numerador y denominador por el cuadrado de dicha raíz.

$$\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{(5 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt[3]{2})^2}{\sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt[3]{2})^2} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{4} + \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{4}}{2}$$

### Ejemplo 1.5.2

Veamos ahora dos casos en los que tenemos en el denominador una suma (o resta) con raíces. La estrategia es la misma en ambos casos: obtener una diferencia de cuadrados en el denominador.

$$1) \frac{3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-2} = \frac{(3\sqrt{2}-1) \cdot (\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2) \cdot (\sqrt{2}+2)} = \frac{3(\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} + 2 \cdot 3\sqrt{2} - 2}{(\sqrt{2})^2 - 2^2} = \frac{6+5\sqrt{2}-2}{2-4} = \frac{4+5\sqrt{2}}{-2} = -2 - \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$2) \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3-2\sqrt{6}+2}{3-2} = 5 - 2\sqrt{6}$$



# Unidad 2

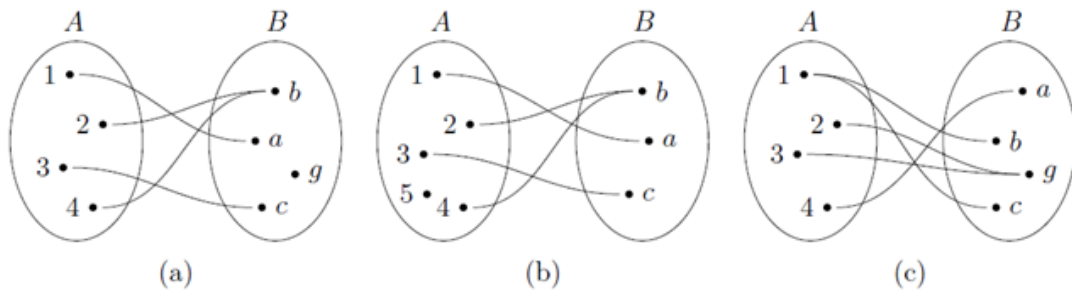
## Funciones de variable real

### 2.1. Funciones. Dominio e imagen.

Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos. Una función  $f$  de  $A$  en  $B$ , que indicamos  $f : A \rightarrow B$ , es una correspondencia que a cada elemento de  $A$  le asigna uno y sólo un elemento de  $B$ . El conjunto  $A$  se llama **dominio** de la función, y el conjunto formado por los elementos de  $B$  que se relacionan con algún elemento de  $A$  se llama **imagen** de la función.

#### Ejemplo 2.1.1

Los siguientes diagramas de Venn representan tres correspondencias distintas entre dos conjuntos  $A$  y  $B$ .



1. En el esquema (a) la relación es una función  $f : A \rightarrow B$  con dominio  $Dom f = A = \{1; 2; 3; 4\}$  e imagen  $Im f = \{a; b; c\}$ . Observemos que la imagen de esta función no coincide con el conjunto  $B$ .

2. En el esquema (b) no tenemos una función  $f : A \rightarrow B$  ya que hay un elemento en  $A$ , el número 5, al que no le corresponde ningún elemento de  $B$ . Sin embargo, si tomamos un nuevo conjunto  $\hat{A} = \{1; 2; 3; 4\} \subset A$ , la relación  $f : \hat{A} \rightarrow B$  es una función con dominio  $Dom f = \hat{A}$  e imagen  $Im f = \{a; b; c\}$ .

3. El esquema (c) no es una función porque al elemento  $1 \in A$  le corresponden dos elementos en  $B$ .

### 2.2. Funciones de una variable real

Se llama función real de una variable real a cualquier aplicación  $f : D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}$ , que hace corresponder a cada  $x \in D$  uno y sólo un valor  $f(x) \in \mathbb{R}$ . Estas funciones suelen representarse de la forma  $y = f(x)$ , donde  $x$  es la variable independiente e  $y$  es la variable dependiente.

Por lo general expresamos estas funciones mediante una fórmula. Así, el dominio de una función  $f$  es el conjunto  $D \subseteq \mathbb{R}$  formado por todos los valores  $x \in \mathbb{R}$  en los que la función  $f$  está definida, es decir, los valores para los que dicha fórmula tiene sentido. Por ejemplo, el dominio de  $f(x) = \sqrt[4]{x}$  es  $Dom f = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$  dado que las raíces de índice par no están definidas para números negativos.

La imagen de una función  $f$  es el conjunto definido por  $Im f = \{f(x) \in \mathbb{R} : x \in D\}$ .

Para conocer el valor de una función  $f$  en un punto  $x_0 \in Dom f$ , reemplazamos dicho valor en la fórmula que la define. Por ejemplo, si  $f(x) = 1 - x^2 \Rightarrow f(-2) = 1 - (-2)^2 = -3$ . A este procedimiento lo denominamos evaluar la función.

**Ejemplo 1.** Si estudiamos el área de un cuadrado de lado  $x$ , sabemos que la misma responde a la fórmula  $A = x^2$ , es decir, el área depende de la longitud del lado, por lo que  $A = A(x)$  es una función pues con cada número positivo  $x$  está asociado un único valor para el área  $A$ .

**Ejemplo 2.** Sea  $f(x) = x^2 - 1$ . Cualquiera sea el número real  $x$  que tomemos podemos multiplicarlo por sí mismo, restarle uno y el resultado será único. Esto es,  $f$  es una función y  $Dom(f) = \mathbb{R}$ . El menor

resultado que se obtiene es  $(-1)$  y se alcanza en cero, es decir  $f(0) = -1$  es el menor valor de los elementos de la imagen; afirmamos que  $Img(f) = [-1; \infty)$ .

### 2.2.1. Funciones polinómicas.

Llamamos función polinómica a las funciones  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de la forma  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$ ; donde  $a_n; a_{n-1}; a_{n-2}; \dots; a_2; a_1; a_0 \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}$ .

La expresión que define a una función polinómica tiene la misma forma que un polinomio de grado  $n$ . Así, buscar las intersecciones del gráfico de estas funciones con el eje  $x$  equivale a buscar las raíces del polinomio correspondiente.

Las funciones polinómicas se clasifican según el mayor grado que tenga la variable independiente. Pueden ser funciones lineales, si la variable independiente está elevada a la potencia 1, funciones cuadráticas si la variable independiente está elevada a la potencia 2, funciones cúbicas si la potencia mayor es 3, funciones cuartas si la potencia mayor es 4, y así sucesivamente.

#### Ejemplo 2.2.1

Consideremos la función polinómica de cuarto grado  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{24}x^3 - \frac{1}{2}x^2$$

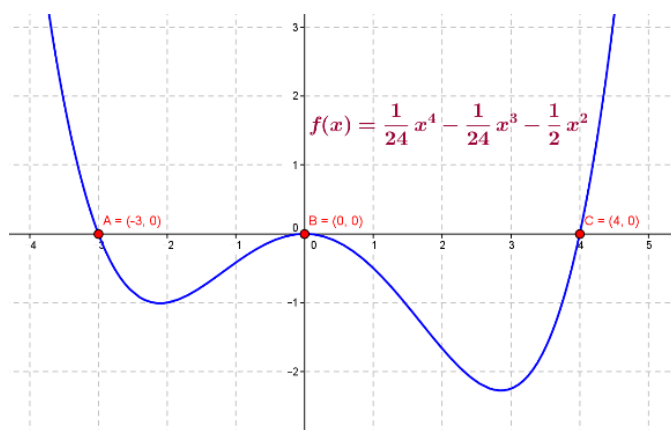
La intersección de su gráfico con el eje de las ordenadas la encontramos calculando el valor de la función en  $x = 0$ , en este caso tenemos  $f(0) = 0$ . Para hallar sus intersecciones con el eje de las abscisas debemos resolver  $f(x) = 0$ , esto es

$$\frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{24}x^3 - \frac{1}{2}x^2 = 0$$

$$\frac{1}{24}x^2(x^2 - x - 12) = 0$$

$$\frac{1}{24}x^2(x + 3)(x - 4) = 0$$

Así es fácil ver que las soluciones de la ecuación anterior son  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -3$  y  $x_3 = 4$ . Por lo tanto, las intersecciones buscadas son los puntos  $(0; 0)$ ;  $(-3; 0)$  y  $(4; 0)$ . La representación gráfica de esta función es la que se representa en el siguiente gráfico.



En este curso estudiaremos las funciones lineales y cuadráticas.

### 2.2.2. Función lineal. Rectas.

#### Definición y representación gráfica.

Una función lineal es una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por la fórmula  $f(x) = ax + b$  donde  $a$  y  $b$  son números reales.

El gráfico en el plano cartesiano de una función lineal es una recta no vertical de ecuación  $y = ax + b$ . ¿Por qué deberá ser no vertical?

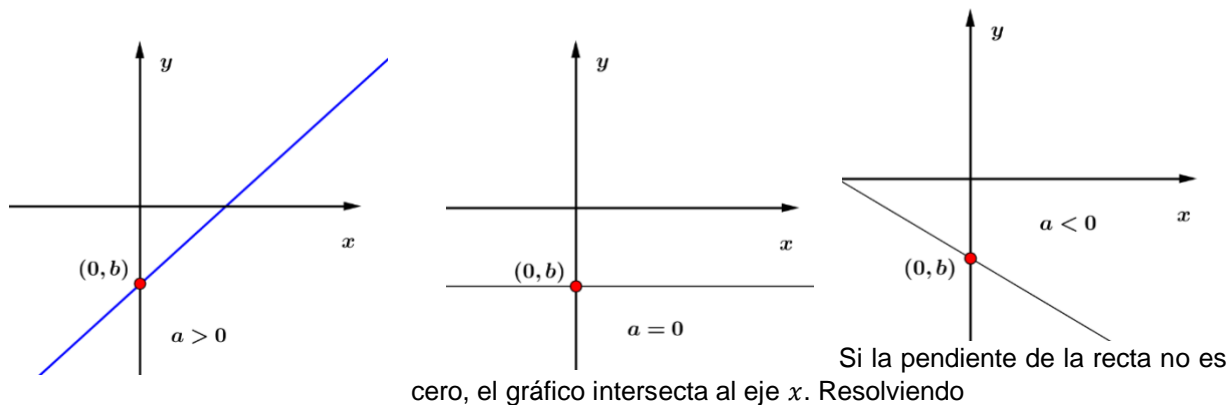
El valor  $a$  es la pendiente de la recta y mide la inclinación de la misma. Si la pendiente es positiva la recta es creciente, si  $a = 0$  la recta es horizontal y si la pendiente es negativa la recta es decreciente.



El valor  $b$  en la ecuación de la recta es la ordenada al origen y nos indica el punto en que la recta interseca al eje  $y$ . Notemos que  $b$  es el valor que resulta de reemplazar en la función con  $x = 0$ . Es decir

$$f(x) = ax + b \Leftrightarrow b = f(0)$$

Así, el punto de intersección de una recta con el eje  $y$  tiene coordenadas  $(0; b)$ . En los siguientes gráficos se muestran rectas de la forma  $y = ax + b$  considerando pendiente positiva, cero o negativa, en cada caso se marca con un punto la ordenada al origen.



$$0 = ax + b$$

Obtenemos que el punto de intersección con el eje  $x$  de una recta no horizontal es

$$\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$$

### Ejemplo 2.2.1.

A continuación estudiamos la función lineal  $f(x) = -3x + 2$ . Lo que nos interesa es representarla gráficamente en el plano cartesiano, indicar su dominio y su imagen y calcular los puntos de intersección con los ejes coordenados.

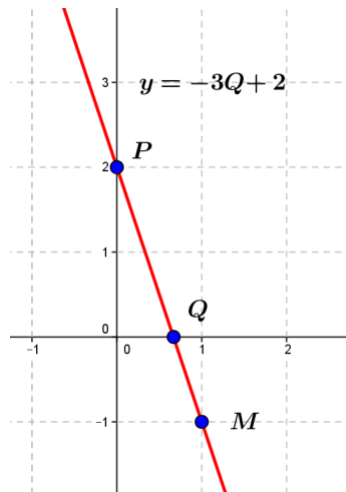
La ecuación de la recta es

$$y = -3x + 2$$

Para graficarla es suficiente encontrar dos puntos de la recta.

1. Si  $x = 0$  entonces  $y = 2$ , que es la ordenada al origen. Luego  $P = (0; 2)$  pertenece a la recta.
2. Si  $x = 1$  entonces  $y = -3 \cdot 1 + 2 = -1$ ; así encontramos el punto  $M = (1; -1)$  que pertenece a la recta.

Ubicando los puntos anteriores en el plano podemos graficar la recta que los contiene.



Se observa claramente que  $Dom f = \mathbb{R}$  e  $Im f = \mathbb{R}$ . La intersección con el eje  $y$  es

$P = (0; 2)$  y si resolvemos la ecuación  $0 = -3x + 2$  obtenemos el punto de intersección con el eje  $x$  que resulta ser  $Q = \left(\frac{2}{3}, 0\right)$ .

La ecuación de una recta puede estar dada en forma implícita  $my + nx + d = 0$  con  $m, n, d \in \mathbb{R}$ . En este caso debemos despejar la variable  $y$  para obtener la ecuación de la recta. Luego, si  $m \neq 0$  resulta  $y = -\frac{n}{m}x - \frac{d}{m}$ .

Si  $m = 0$  y  $n \neq 0$  la solución de la ecuación anterior es un valor de  $x$  constante. El gráfico de una ecuación de la forma  $x = c$ , con  $c \in \mathbb{R}$  es una recta vertical. Esta ecuación no corresponde con ninguna función real, ya que al valor  $x = c$  se le asocian todos los valores de  $y \in \mathbb{R}$ .

### 2.2.3. Ecuación de una recta a partir de sus datos.

En algunos casos no contamos con la ecuación de la recta, pero podemos deducirla a partir de distintos datos conocidos. En particular, tenemos las siguientes situaciones.

1. Conocemos la pendiente  $a$  y un punto  $(x_0; y_0)$  que pertenece a la recta. En este caso la ecuación de la recta es

$$y = a(x - x_0) + y_0$$

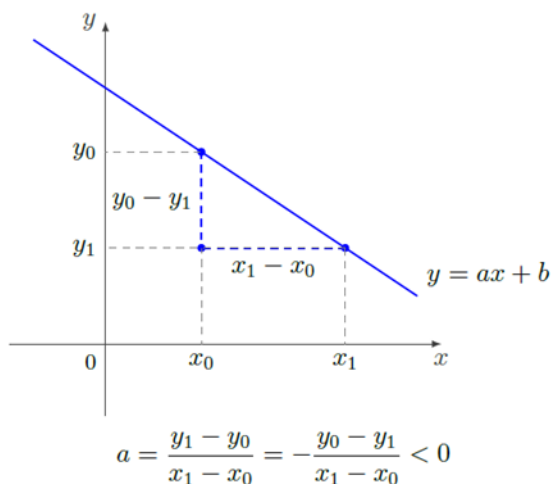
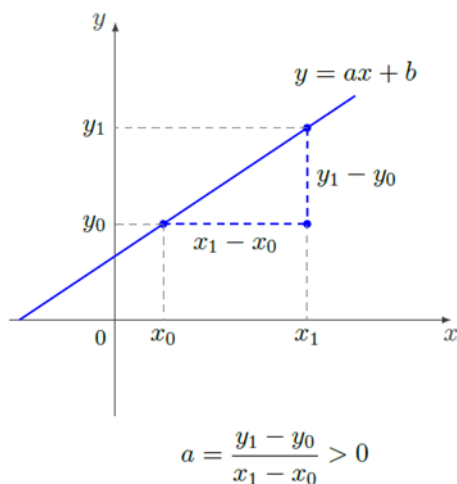
2. Conocemos dos puntos  $P_0 = (x_0; y_0)$  y  $P_1 = (x_1; y_1)$  que pertenecen a la recta. Podemos calcular la pendiente de la recta como

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Luego, con la pendiente y los puntos de la recta, de acuerdo al inciso anterior, la ecuación resulta

$$y = a(x - x_0) + y_0 \quad \circ \quad y = a(x - x_1) + y_1$$

Observemos que la fórmula de la pendiente dada es igual al cociente del desplazamiento vertical (en la coordenada  $y$ ) sobre el desplazamiento horizontal (en la coordenada  $x$ ) entre dos puntos de una recta.



### Ejemplo 2.2.2.

Determinemos en forma analítica si los puntos

$$A = \left(\frac{1}{2}; 2\right), B = \left(-1; -\frac{2}{3}\right) \text{ y } C = (-2; -1)$$

están alineados.

Una forma de resolver este problema es encontrar la ecuación de la recta que pasa por dos de estos puntos y luego verificar si el punto restante pertenece a esta recta.

Empecemos entonces buscando la ecuación de la recta  $y_{AB}$  que pasa por  $A$  y  $B$ . La pendiente de esta recta es

$$a = \frac{-\frac{2}{3} - 2}{-1 - \frac{1}{2}} = \frac{-\frac{8}{3}}{-\frac{3}{2}} = \frac{16}{9}$$

Ahora, ya conocemos la pendiente y un punto que pertenece a la recta (por ejemplo  $A$ ).

Entonces la ecuación de la recta es

$$y_{AB} = \frac{16}{9} \left(x - \frac{1}{2}\right) + 2 = \frac{16}{9}x + \frac{10}{9}$$

Ahora, podemos afirmar que el punto  $C = (-2; -1)$  pertenece a la recta  $y_{AB}$  si al remplazar  $x = -2$  en la ecuación obtenemos  $y = -1$ . En este caso obtenemos

$$y = \frac{16}{9} \cdot (-2) + \frac{10}{9} = -\frac{22}{9} \neq -1$$

Luego el punto  $C$  no pertenece a la recta  $y_{AB}$  y por lo tanto los tres puntos no están alineados.

### 2.2.4. Rectas paralelas y perpendiculares

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente o si ambas son paralelas al eje  $x$ . Si además de la pendiente tienen la misma ordenada al origen las rectas son coincidentes.

Dos rectas de pendientes  $a_1 \neq 0$  y  $a_2 \neq 0$  son perpendiculares si  $a_1 \cdot a_2 = -1$ , es decir, si el valor de una pendiente es el opuesto e inverso del valor de la otra pendiente,  $a_2 = -\frac{1}{a_1}$

En el caso en que la pendiente de una recta sea cero, es decir, si la recta es horizontal y tiene ecuación  $y = b$ ;  $b \in \mathbb{R}$  es perpendicular a cualquier recta vertical de ecuación  $x = c$ ;  $c \in \mathbb{R}$ .

### Ejemplo 2.2.3.

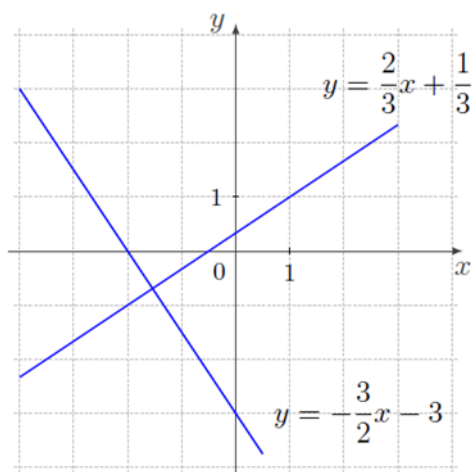
Veamos cómo encontrar la ecuación de la recta que corta al eje de abscisas en  $x = -2$  y es perpendicular a la recta  $2x - 3y + 1 = 0$

Para encontrar la pendiente de la recta dada debemos despejar la variable  $y$ .

$$2x - 3y + 1 = 0 \Leftrightarrow 3y = 2x + 1 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

Entonces la pendiente de la recta buscada es  $a = -\frac{3}{2}$ . Además, la recta corta el eje de las abscisas en  $x = -2$ , y esto quiere decir que la recta pasa por el punto  $(-2; 0)$ . Entonces, la ecuación de la recta buscada es

$$y = -\frac{3}{2}(x - (-2)) + 0 = -\frac{3}{2}x - 3$$



### 2.3. Planteo y resolución de problemas.

En ocasiones las funciones lineales y su representación gráfica son útiles para interpretar y modelar problemas.

#### Ejemplo 2.3.1.

En algunos países la temperatura se mide en grados Fahrenheit ( $^{\circ}F$ ). En esta unidad de medida el agua se congela a  $32^{\circ}F$  y el punto de ebullición se alcanza a los  $212^{\circ}F$ . Sabiendo que la relación entre  $^{\circ}F$  y  $^{\circ}C$  es lineal, ¿cuál es la fórmula que expresa la temperatura en grados Celsius en función de la temperatura dada en grados Fahrenheit? Haciendo uso de la relación encontrada responder:

1. ¿Cuál es la temperatura en grados Celsius que corresponde a  $51,26^{\circ}F$ ?
2. ¿Cuál es la temperatura en grados Fahrenheit que corresponde a  $18^{\circ}C$ ?

Empecemos estableciendo que vamos a llamar  $y$  a la temperatura dada en grados Celsius y  $x$  a la temperatura dada en grados Fahrenheit. Buscamos entonces una función lineal de la forma

$$y = f(x) = ax + b$$

Para determinar los valores de  $a$  y  $b$  debemos utilizar los datos proporcionados por el problema y relacionarlos con datos conocidos: en grados Celsius, el agua se congela a  $0^{\circ}C$  y entra en ebullición a  $100^{\circ}C$ . De esta forma, conocemos dos puntos que pertenecen al gráfico de la función lineal buscada:

$$P_1 = (32; 0) \quad y \quad P_2 = (212; 100)$$

Utilizando la fórmula para la pendiente tenemos

$$a = \frac{100 - 0}{212 - 32}$$

$$a = \frac{5}{9}$$

Calculamos  $b$  reemplazando  $P_1$  en la ecuación de la recta

$$y = \frac{5}{9}x + b \Rightarrow 0 = \frac{5}{9} \cdot 32 + b \Rightarrow b = -\frac{160}{9}$$

Luego la función lineal buscada es  $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$ .

Para responder a las preguntas planteadas simplemente reemplazamos el valor dado en la fórmula encontrada.

1. La incógnita es el valor en grados Celsius, es decir el valor de  $y$ . Reemplazamos entonces

$$y = \frac{5}{9} \cdot 51,26 - \frac{160}{9} \Rightarrow y = 10,7$$

Es decir que  $51,26^\circ F$  equivalen a  $10,7^\circ C$ .

2. En este caso, el valor buscado es el de la variable  $x$ .

$$18 = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} \Rightarrow 18 + \frac{160}{9} = \frac{5}{9}x \Rightarrow x = 64,4$$

Es decir que  $18^\circ C$  equivalen a  $64,4^\circ F$ .

### Observación:

En algunos casos, las variables involucradas en el problema que queremos resolver no pueden tomar cualquier número real. Por ejemplo, si estudiamos las ganancias de un comerciante en función de la cantidad de productos vendidos, la variable que asociemos a los productos vendidos deberá ser un número natural. Es decir que no tendremos una función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Pero aún así podemos modelar el problema haciendo uso de lo estudiado y sin olvidar estas restricciones que le dan sentido a la situación.

### Ejemplo 2.3.2.

Una empresa de catering ofrece un servicio que tiene un costo fijo de \$1250 más \$170 por persona. El salón tiene capacidad para 180 personas.

1. Encontrar una función que establezca el costo del servicio en función de la cantidad de personas.
2. ¿Cuál es el dominio de esta función? Dar una representación gráfica de la misma.
3. ¿Cuál es el costo del servicio si asisten al evento 85 personas?
4. Si el costo de un evento fue de \$21310 ¿cuántas personas asistieron?
5. ¿Es posible que el costo de un evento haya sido de \$25000?

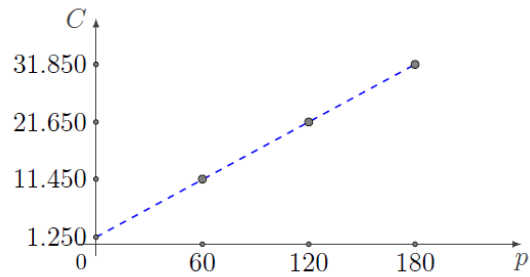
Vamos a llamar  $p$  a la cantidad de personas, y  $C$  al costo del servicio.

1. La relación entre costo y cantidad de personas está dada por  $C(p) = 170p + 1250$

2. El dominio de esta función es el subconjunto de los números naturales menores o iguales a 180 (que es el número máximo de personas que entran en el salón). Es decir,

$$Dom f = \{1, 2, 3, \dots, 180\} = \{p \in \mathbb{N} : p \leq 180\}$$

Gráficamente tenemos un conjunto finito de pares ordenados  $(p, C(p))$ . Marcamos algunos de ellos en el plano cartesiano y los unimos con una línea punteada.



1. Para saber el costo del servicio para 85 personas, reemplazamos en la ecuación con  $p = 85$ .

$$C(85) = 170 \cdot 85 + 1250 \Rightarrow C(85) = 15700$$

Así, para 85 personas el costo del servicio es de \$15700.

4. Si el costo de un evento fue de \$21310, reemplazamos con este valor en el lugar de la variable  $C$ .

$$21310 = 170 p + 1250 \Rightarrow p = (21310 - 1250) : 170$$

$$p = 118$$

Entonces, podemos afirmar que al evento asistieron 118 personas.

5. En este caso tenemos

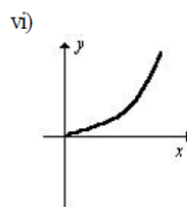
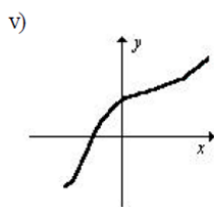
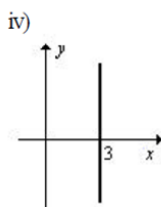
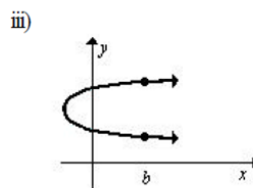
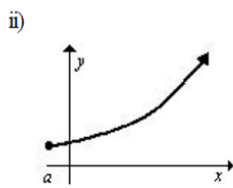
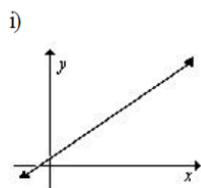
$$25000 = 170 p + 1250 \Rightarrow p = (25:000 - 1250) : 170 \Rightarrow p \cong 139,70$$

Este valor de  $p$  no tiene sentido en el contexto del problema que estamos estudiando.

Luego podemos afirmar que un costo de \$25000 no es posible.

## Actividades

1. Indicar si los siguientes gráficos corresponden a funciones. Justificar.



2. Escribir la ecuación de la recta que pasa por los siguientes puntos, graficarlas y clasificarlas.

a.  $(-2, -1); (-4, -3)$

b.  $(3, 5); (7, -2)$

c.  $(6, -1); (-2, 4)$

d.  $(1, -5); (10, 11)$

e.  $(0, -1); (-1, 0)$

f.  $(0, 0); (1, -1)$

3. Hallar la ecuación de la recta que tiene como pendiente 5 y pasa por el punto  $P = (-1, -2)$ .

4. Escribir una ecuación paralela y otra perpendicular a cada una de las rectas dadas. ¿Cuántas se pueden escribir? Justifica.

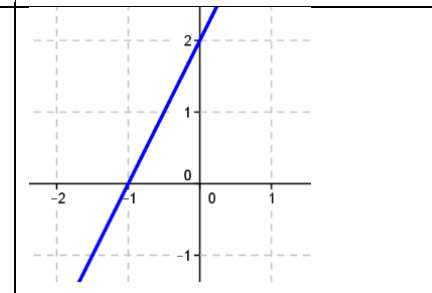
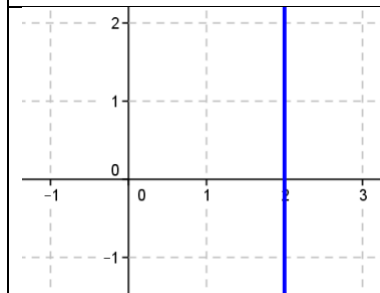
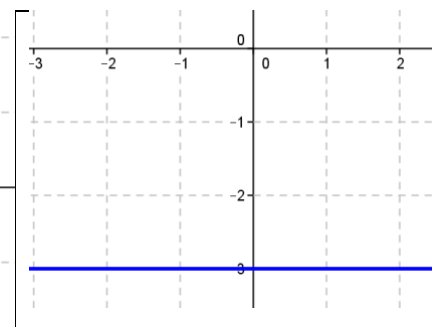
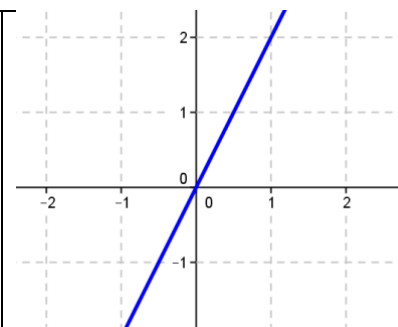
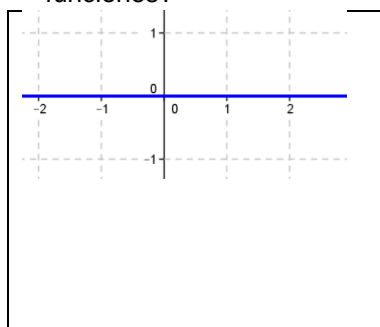
a)  $y = \frac{3}{5}x$

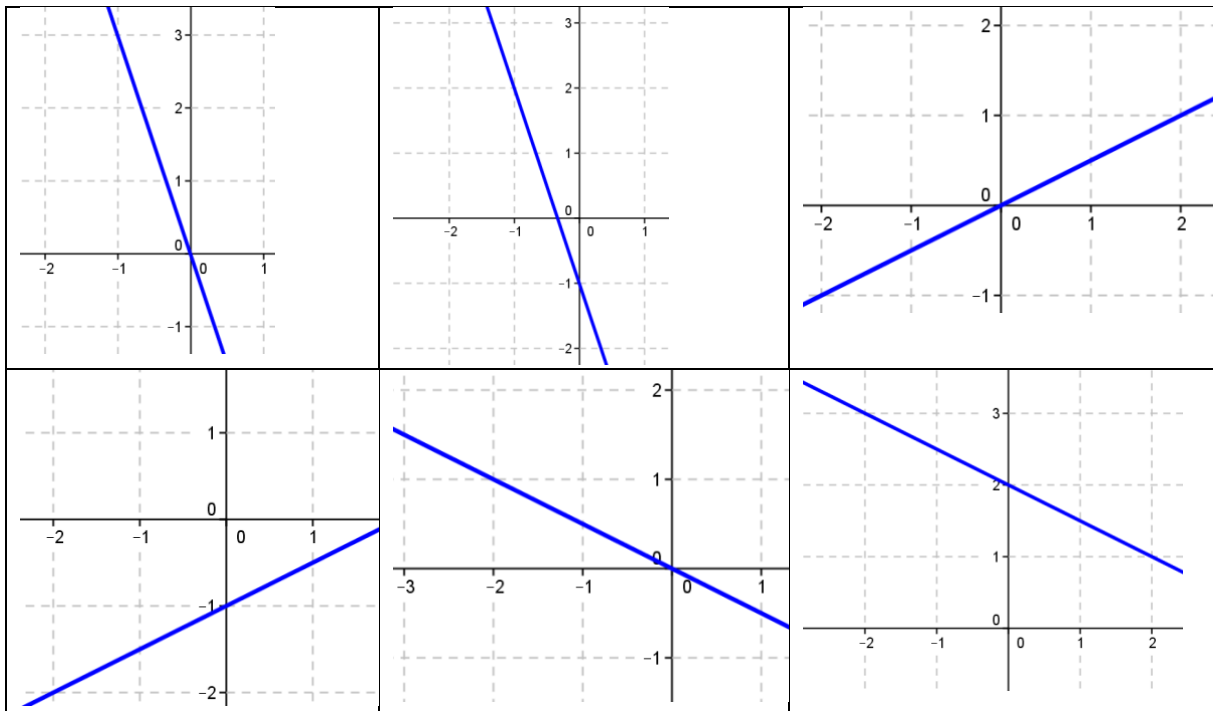
b)  $y = -4x + 7$

c)  $y = 5x - 2$

d)  $y = -x$

5. Dar la expresión en forma explícita de las rectas graficadas a continuación. ¿Cuáles son funciones?





6. Se realiza una experiencia con una nueva especie de bacteria hallada en pulpos del Golfo San Matías. Cuando se comienza a estudiar el pulpo, se contabilizó una población de 22 bacterias y se pudo observar que en 1 hora la población se triplicó.
- Escribir la función lineal que modeliza esta situación.
  - ¿Qué cantidad de bacterias se encontraron a los 15 minutos?
  - ¿Cuántos minutos deberán pasar para encontrar 198 bacterias?
  - ¿Cuál es la población máxima de bacterias si el estudio duró 1 día?
  - Hallar el dominio, la imagen de la función en el contexto del problema y graficarla.
7. Se realizó una experiencia de laboratorio para erradicar una especie de virus hallado en los calamares. Cuando comenzó el experimento se encontró una población de 240 virus, y en un período de 24 horas la población de virus se redujo una cuarta parte.
- Escribir la función lineal que modeliza esta situación.
  - ¿Qué cantidad de bacterias se encontraron a las 8 horas?
  - ¿Cuántas horas deberemos esperar para erradicar totalmente el virus?
  - Hallar el dominio, la imagen de la función en el contexto del problema y graficarla.



# Unidad 3

## Expresiones algebraicas

### 3.1. Expresiones algebraicas. Nociones básicas.

Las expresiones matemáticas en las cuales se combinan números, letras y operaciones se denominan expresiones algebraicas.

Una expresión algebraica es una forma de expresar una relación o una operación entre distintos valores numéricos pero de manera general. Las fórmulas, las ecuaciones y los polinomios se presentan a partir de expresiones algebraicas.

Por ejemplo:

$$2ab^3 - 3a + b^3$$

es una expresión algebraica. Los números 2; -3 y 1 son los coeficientes de los términos  $ab^3$ ,  $a$  y  $b^3$ , que forman la parte literal de la expresión.

Llamamos términos semejantes a aquellos términos que tienen las mismas letras con las mismas potencias (es decir, la misma parte literal). Así,  $4xy^3$  y  $-2y^3x$  son términos semejantes, mientras que  $-2ab^2$  y  $3a^2b$  no lo son.

**La suma** de dos expresiones algebraicas se realiza sumando los coeficientes de los términos semejantes. Así, por ejemplo,

$$2ab^3 - 3a + b^3 - 5a - 4ab^3 = -2ab^3 - 8a + b^3$$

**La multiplicación** de expresiones algebraicas se realiza aplicando la propiedad distributiva, haciendo uso de las propiedades de la potenciación y por último sumando los términos semejantes. Así, por ejemplo,

$$(b - 3ab) \cdot \left(2a + \frac{3}{2}\right) = 2ab + \frac{3}{2}b - 6a^2b - \frac{9}{2}ab = -\frac{5}{2}ab + \frac{3}{2}b - 6a^2b$$

### 3.2 Factorización.

Factorizar una expresión algebraica consiste en expresarla como producto de nuevas expresiones más simples. En esta unidad vamos a estudiar solo algunos casos de factorización.

#### 3.2.1. Factor común.

En la expresión  $ab^2 + 2a^2b^2 - 3ab^3$ , el factor  $ab^2$  aparece en todos los términos, por lo que podemos expresar

$$ab^2 + 2a^2b^2 - 3ab^3 = ab^2 \cdot (1 + 2a - 3b)$$

En el siguiente ejemplo, el factor común es  $2a^2b$

$$2a^3b - 6a^2b^4c + 8a^3b^2c = 2a^2b \cdot (a - 3b^3c + 4abc)$$

#### 3.2.2. Trinomio cuadrado perfecto ↔ Cuadrado de un binomio.

La forma general de un trinomio cuadrado perfecto es

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Verificamos que estas expresiones son equivalentes aplicando propiedad distributiva:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Por ejemplo, podemos factorizar los siguientes trinomios,

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

$$25x^2y^4 + 10xy^2z + z^2 = (5xy^2 + z)^2.$$

Sin embargo, el trinomio  $m^2 - 2mn + 9n^2$  no es un trinomio cuadrado perfecto.

### 3.2.3. Diferencia de cuadrados ↔ Suma por diferencia.

La forma general de una diferencia de cuadrados es

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Veamos que efectivamente estas expresiones son iguales

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ba} - b^2 = a^2 - b^2$$

Por ejemplo, podemos factorizar

$$25x^2 - y^2z^4 = (5x + yz^2) \cdot (5x - yz^2)$$

### 3.3. Teorema de Ruffini.

El teorema de Ruffini nos permite realizar, de forma sencilla, divisiones de polinomios en el caso particular en el que el divisor es de la forma  $Q(x) = x - c$ ;  $c \in \mathbb{R}$ . Veamos en un ejemplo como utilizamos este teorema.

#### Ejemplo 3.3.1.

A continuación mostramos paso a paso cómo hallar el cociente y el resto de dividir el polinomio  $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 5$  por  $Q(x) = x - 3$  aplicando el teorema de Ruffini.

Para comenzar escribimos el polinomio  $P(x)$  en forma decreciente y si el polinomio no está completo agregamos los términos faltantes multiplicados por cero, así resulta  $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 0x + 5$ .

Como el divisor es  $Q(x) = x - 3$  tenemos el valor  $c = 3$ .

Realizamos la división con la ayuda de una tabla en la que colocamos en la primera fila los coeficientes del polinomio  $P(x)$  y a la izquierda de la línea vertical colocamos el valor de  $c$ . A continuación, describimos los cálculos que se realizan para completar la tabla y hallar así el cociente y el resto de la división.

1. El primer coeficiente de  $P(x)$  que en este caso es 2 se reescribe en la tercera fila, luego se multiplica por  $c$  y el resultado se coloca debajo del segundo coeficiente de  $P(x)$ .
2. Sumamos el segundo coeficiente con el valor que agregamos en el paso anterior y colocamos el resultado debajo de ambos en la tercera fila. Luego multiplicamos este último valor por  $c$  y colocamos el resultado en la segunda fila debajo del tercer coeficiente de  $P(x)$ .
3. Siguiendo los cálculos de esta manera completamos la tabla.

El último valor en la tercera fila de la tabla es el resto de la división, en este caso es  $R(x) = -4$ . Los demás valores son los coeficientes del polinomio cociente ordenados en forma decreciente. Así en este ejemplo resulta  $C(x) = 2x^2 - x - 3$ . Finalmente encontramos

$$P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x) = (x - 3) \cdot (2x^2 - x - 3) - 4$$

Observemos que en el caso particular en que el divisor es de la forma  $x - c$ , el cociente siempre tiene un grado menos que el polinomio que estamos dividiendo y el resto es una constante, es decir, el resto es el polinomio nulo o un polinomio de grado cero. Al presentar este método escribimos en forma genérica que el divisor tiene la forma

$$Q(x) = x - c, \text{ con } c \in \mathbb{R}$$

#### Ejemplo 3.3.2.

Calculemos las raíces del polinomio  $P(x) = 2x^4 - 3x^3 - 9x^2 - x + 3$ , sabiendo que  $c_1 = -1$  es raíz de  $P(x)$ .

Que  $c = -1$  sea raíz de  $P(x)$  quiere decir que  $P(x)$  es divisible por  $Q(x) = x + 1$ . Podemos entonces hacer la división de  $P(x)$  por  $Q(x) = x + 1$ , utilizando el teorema de Ruffini presentado anteriormente. En este caso tenemos  $c = -1$  y resulta:

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & -3 & -9 & -1 & 3 \\
 -1 & & -2 & 5 & 4 & \\
 \hline
 & 2 & -5 & -4 & 3 & \boxed{0} \longrightarrow \text{Resto}
 \end{array}$$

Es decir que podemos expresar  $P(x) = (x + 1) \cdot (2x^3 - 5x^2 - 4x + 3)$ . Debemos seguir factorizando ahora el polinomio  $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$ . El enunciado del ejercicio nos indica que  $c = -1$  es una raíz, pero nada dice acerca de su orden de multiplicidad, por lo que una alternativa es volver a aplicar la regla de Ruffini con  $c = -1$  y así ver si esta raíz tiene multiplicidad mayor que uno (es decir, veamos si esta raíz se repite). Aplicamos entonces nuevamente la regla y resulta

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & -5 & -4 & 3 \\
 -1 & & -2 & 7 & -3 \\
 \hline
 & 2 & -7 & 3 & \boxed{0} \longrightarrow \text{Resto}
 \end{array}$$

Es decir que  $c = -1$  es una raíz de multiplicidad por lo menos igual a 2. Hasta aquí tenemos  $P(x) = (x + 1)^2(2x^2 - 7x + 3)$

Si volvemos a aplicar la regla de Ruffini, ahora al polinomio  $2x^2 - 7x + 3$  y obtenemos

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 2 & -7 & 3 \\
 -1 & & -2 & 9 \\
 \hline
 & 2 & -9 & \boxed{12} \longrightarrow \text{Resto}
 \end{array}$$

### 3.4. Planteo y resolución de problemas.

Ana, Marcos y Ariel compraron un regalo para su madre. Ana paga las dos quintas partes del costo del regalo, Marcos aporta la tercera parte de lo que resta pagar y Ariel colabora con los \$ 108 faltantes. ¿Cuánto aportó Ana? ¿Cuánto costó el regalo?

Si llamamos  $x$  al precio del regalo, tenemos

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{2}{5}x + \frac{1}{3}\left(x - \frac{2}{5}x\right) + 108 \\
 x &= \frac{2}{5}x - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}x + 108 \\
 \frac{2}{5}x &= 108 \\
 x &= 270
 \end{aligned}$$

Así encontramos que el costo del regalo es \$ 270, y Ana aportó  $\frac{2}{5}$  del total de \$ 270, es decir, \$ 108.

## Actividades

1. Los siguientes trinomios pueden expresarse como cuadrado de un binomio. Encontrar dicha expresión.

a.  $x^2 + 10x + 25$

b.  $m^2 - 2mn + n^2$

c.  $\frac{q^2}{4} - pq + p^2$

d.  $4x^2 + 4xy + y^2$

2. Factorizar las siguientes diferencias de cuadrados.

a.  $x^2 - 9$

b.  $y^2 - 25m^2$

c.  $4a^2 - 3b^4$

d.  $144m^6 - 121x^8y^4$

e.  $\frac{4}{9}a^6 - \frac{b^4}{25}$

3. Resolver aplicando la fórmula de diferencia de cuadrados.

a.  $(x + 2) \cdot (x - 2)$

b.  $(x + 3) \cdot (x - 3)$

c.  $(x - 5) \cdot (x + 5)$

d.  $(\sqrt{x} - 3) \cdot (\sqrt{x} + 3)$

e.  $(2x + \frac{1}{2}) \cdot (2x - \frac{1}{2})$

f.  $(\frac{1}{3}x + 4) \cdot (\frac{1}{3}x - 4)$

4. Escribir en forma factorizada los siguientes polinomios, donde se presenta una de las raíces de cada polinomio, utilizando el teorema de Ruffini.

a.  $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$   
 $x_1 = -1$

b.  $p(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$   
 $x_1 = -2$

c.  $p(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$   
 $x_1 = 2$

d.  $p(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 12$   
 $x_1 = -3$

# Unidad 4

## Función cuadrática

### 4.1. Parábolas.

Una función cuadrática es una función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cuya forma general es  $bx + c$  donde  $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$ .

$$f(x) = ax^2 +$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

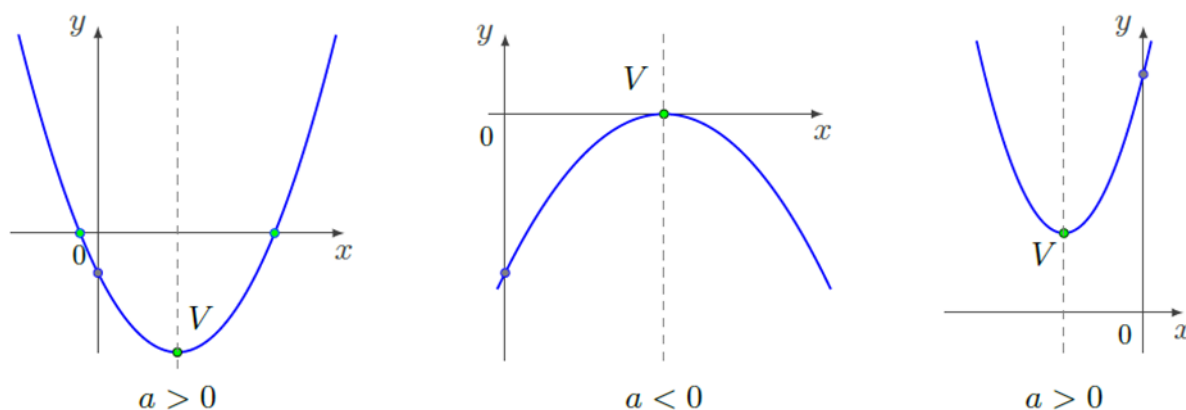
Los términos de la función reciben los siguientes nombres:

**a** es el término cuadrático.

**b** es el término lineal.

**c** es el término independiente.

El gráfico de una función cuadrática es una parábola de ecuación  $y = ax^2 + bx + c$ , con un vértice, que en general notamos  $V = (x_v, y_v)$ , y un eje de simetría vertical y sus raíces, que pueden ser dos, una o ninguna. El signo de  $a$  indica la concavidad de la parábola: hacia arriba, si  $a > 0$  y hacia abajo si  $a < 0$ , según se observa en la figura.



Ahora, para el caso particular de una función cuadrática de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , encontramos que su gráfico corta a eje  $y$  en el punto  $P = (0, f(0)) = (0, c)$ . A este punto se le llama ordenada al origen.

Por otro lado, las intersecciones con el eje  $x$  serán puntos de la forma  $(x_0, 0)$  siendo  $x_0$  una solución, si existe, de la ecuación  $0 = ax^2 + bx + c$ .

Para hallar las raíces analicemos la ecuación  $0 = ax^2 + bx + c$ , y utilizando diferentes estrategias matemáticas despejemos la incógnita de dicha ecuación. En clase.

Luego podemos ver que la fórmula para hallar las raíces, si existieran de la ecuación cuadrática, es:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Veamos ahora la forma de obtener la ecuación del vértice. Como la gráfica de la función cuadrática es una parábola, simétrica, el promedio de las dos raíces será el punto  $x_v$  del vértice, en símbolos  $x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$  o también  $x_v = -\frac{b}{2a}$ .

Luego para hallar la coordenada  $y_v$  del vértice evaluamos la función en  $x_v$ . En símbolos  $y_v = f(x_v)$ .

De esta forma tenemos la ecuación para hallar el vértice de la parábola:

$$V = (x_v, y_v) \Rightarrow V = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \right)$$

Nos queda ahora hallar la ecuación del eje de simetría. ¿Serías capaz de hallar la ecuación del eje de simetría?

#### 4.2. Posiciones relativas respecto del eje de abscisas.

Ya conocimos la fórmula para hallar las raíces de una parábola  $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . Al radicando  $b^2 - 4ac$  se lo denomina discriminante, ya que el valor del mismo sirve para discriminar la naturaleza de las raíces y se lo simboliza con la letra griega  $\Delta$  (delta).

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

##### Observación 4.2.1.

1. Si  $\Delta > 0 \Rightarrow$  las raíces son reales y diferentes.
2. Si  $\Delta = 0 \Rightarrow$  las raíces son reales e iguales.
3. Si  $\Delta < 0 \Rightarrow$  las raíces **no** son reales.

#### 4.3. Distintas formas de expresar la ecuación de la parábola.

Existen tres formas equivalentes de presentar la ecuación de una parábola, o bien la función cuadrática correspondiente.

1. Forma polinómica.
2. Forma canónica (vértice y eje de simetría).
3. Forma factorizada (raíces).

Analizaremos a continuación lo que cada una de ellas aporta al estudio de la función, así como el paso de una a otra de las expresiones.

1. En forma polinómica la parábola se expresa  $y =$   
 $ax^2 + bx + c$ , con  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ;  $a \neq 0$ .

Como ya mencionamos, a partir de esta expresión es inmediato indicar el punto en que la parábola interseca al eje  $y$ :  $P = (0; c)$ . También podemos encontrar las intersecciones con el eje  $x$  haciendo uso de la fórmula resolvente de las raíces.

Así, por ejemplo,  $y = 2x^2 + x + 3$  interseca al eje  $y$  en  $P = (0, 3)$ ; y no interseca al eje  $x$  (ya que el discriminante  $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = -23$  es negativo).

2. En forma canónica la expresión de la parábola es  $y =$   
 $a(x - x_v)^2 + y_v$ ,  $a, x_v, y_v \in \mathbb{R}$ ;  $a \neq 0$ .

Esta expresión nos brinda explícitamente las coordenadas del vértice de la parábola  $V = (x_v, y_v)$ , así como la ecuación del eje de simetría  $x = x_v$ .

Dada una parábola en forma canónica, para encontrar la forma polinómica basta desarrollar el cuadrado del binomio y agrupar los términos que corresponda.

3. En la forma factorizada podemos encontrar dos situaciones distintas. Comúnmente se asocia a esta forma la expresión  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ ;  $a, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ;  $a \neq 0$ .

Esta representación nos indica explícitamente las raíces de la parábola:  $x_1$  y  $x_2$ . Así las intersecciones con el eje  $x$  son los puntos de coordenadas  $(x_1, 0)$  y  $(x_2, 0)$ .

Sin embargo, no siempre las parábolas tienen raíces reales. En el caso de no tenerlas, la forma factorizada es la misma que la polinómica. Por ejemplo,  $y = x^2 + 3$  es una parábola dada en forma factorizada. Más aún, esta es también su forma polinómica y canónica.

Notemos que  $y = x^2 + 3 = (x - 0)^2 + 3$ .

Dada una parábola en forma canónica  $y = a(x - x_v)^2 + y_v$ , para dar la forma factorizada debemos encontrar sus raíces. Para eso despejamos  $x$  de la ecuación  $a(x - x_v)^2 + y_v = 0$ .

Veamos esto a partir de un ejemplo. Consideremos  $y = -2(x - 1)^2 + 8$ .

$$-2(x - 1)^2 + 8 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \sqrt{4} \Rightarrow x_1 = -1 \\ x - 1 = -\sqrt{4} \Rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$$

De esta forma encontramos que  $y = -2(x - 1)^2 + 8 \Rightarrow y = -2(x - 3)(x + 1)$ . A partir de la forma factorizada podemos también indicar la ecuación del eje de simetría, dado que esta recta pasa por el punto medio entre las raíces. El eje de simetría entonces tiene ecuación

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

En el ejemplo anterior teníamos  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = -1$ , y por lo tanto el eje de simetría tiene ecuación  $x = 1$ .

#### 4.4 Planteo y resolución de problemas.

Para resolver problemas aplicando lo visto anteriormente debemos tener en claro la información que nos brinda cada elemento de la función. Por ejemplo el vértice nos indica que tan alto o tan bajo pueden llegar los valores funcionales. Las raíces nos dicen para qué valores se anula una función cuadrática.

Veamos algunos ejemplos.

##### Ejemplo 4.4.1.

En una isla se introdujeron 50 venados. Al principio la manada comenzó a crecer rápidamente, pero después de un tiempo los recursos comenzaron a escasear y la población decreció. El número de venados  $N(t)$  a los  $t$  años está dada por la función

$$N(t) = -t^2 + 20t + 50$$

- ¿A partir de qué momento la manada comenzará a decrecer?
- ¿Se extinguirá la población? Si es así, ¿cuándo ocurre?
- ¿Cuál es la población máxima que alcanzan?
- ¿Transcurre el mismo tiempo en aumentar la población que en disminuir? Si hay diferencia, ¿cuáles son esos intervalos de tiempo?
- Graficar la función.
- Escribir la función en forma canónica y factorizada.
- Hallar el dominio y la imagen de la función.

- En principio para poder responder esta pregunta tenemos que tener en cuenta cuál fue el momento máximo de la manada, es decir, cuál fue la mayor cantidad de ejemplares. Para ello calculamos el vértice de la función.

$$V = (x_v, y_v)$$

$$x_v = -\frac{20}{-2}$$

$$x_v = 10$$

$$y_v = -(10^2) + 20 \cdot 10 + 50$$

$$y_v = 150$$

Entonces podemos decir que la manada comenzó a decrecer a partir de los 10 años.

- b. Para saber si la población se extinguirá debemos pensar cuándo tenemos un cero en la cantidad de venados, para ello igualamos a cero la ecuación dada y buscamos los valores de  $x$  que anulan la función, es decir, las raíces de la ecuación.

$$x_1, x_2 = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 50}}{2 \cdot (-1)}$$

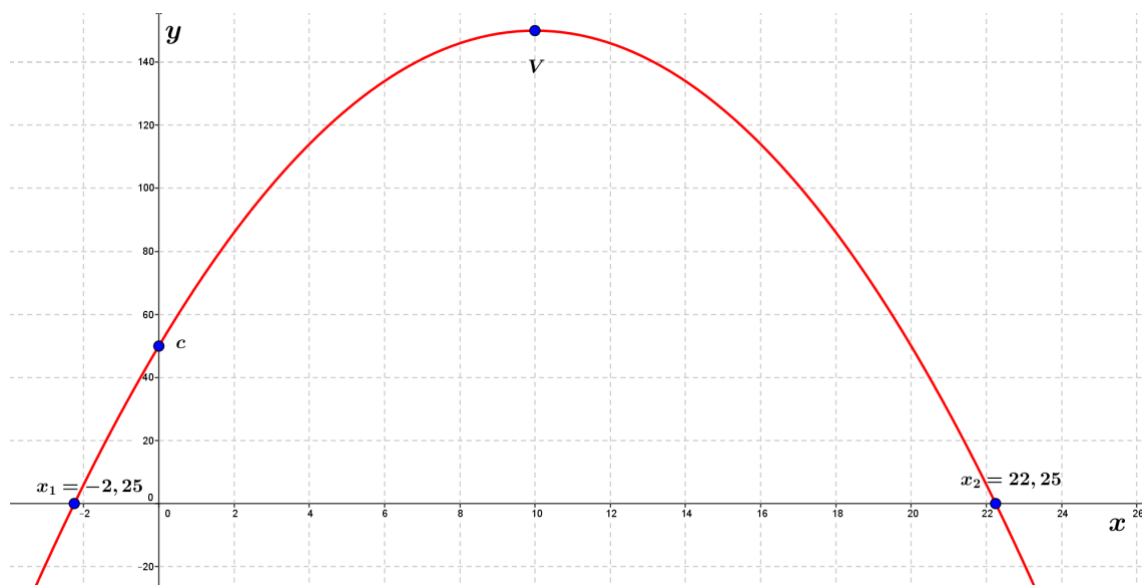
$$x_1, x_2 = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 200}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-20 - \sqrt{600}}{-2} \Rightarrow x_1 = 22,25$$

$$x_2 = \frac{-20 + \sqrt{600}}{-2} \Rightarrow x_2 = -2,25$$

Podemos ver que en el contexto de este problema la raíz negativa no tiene sentido, por lo tanto la población se extinguirá a los 22 años y 3 meses.

- c. Al tener que responder cuál es la población máxima tenemos que volver a ver el vértice. Para esto vemos el valor que toma  $y_v$ , que es 150. Entonces podemos decir que la población máxima es de 150 ejemplares.
- d. Para pensar en el tiempo en que la cantidad de población aumenta y disminuye, tengo que ver los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Entonces tengo que combinar los datos obtenidos y analizados del vértice con el tiempo en que se da la máxima población. Así podemos decir que no transcurre el mismo tiempo en aumentar la población que en disminuir, que tarda 10 años el aumentar la población y 12 años y 3 meses en disminuir. Si lo tenemos que escribir como intervalos quedará así:  
 Crece  $x \in (0; 10]$  y decrece  $x \in (10; 22,25]$ .
- e. Para este punto tenemos que considerar que las escalas del tiempo ( $x$ ) y la cantidad de venados ( $y$ ) tienen que ser diferentes, de lo contrario no entraría en una hoja.



- f. Al escribir la función cuadrática en forma factorizada y canónica, estamos evidenciando los valores de las raíces (factorizada) y los del vértice (canónica).

Factorizada

Canónica



$$f(x) = -(x - 22,25) \cdot (x + 2,25)$$

$$f(x) = -(x - 10)^2 + 150$$

- g. Para hallar la imagen y el dominio de la función observamos los datos que ya tenemos y considerando las definiciones. Para ello escribimos:

$$Dom f = [0; 22,25]$$

$$Im f = [0; 150]$$

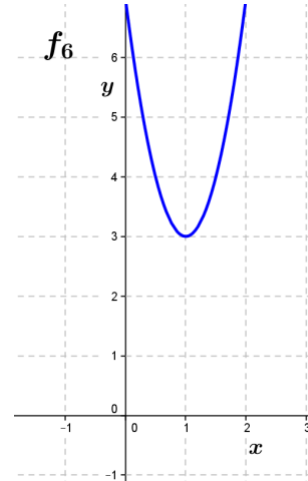
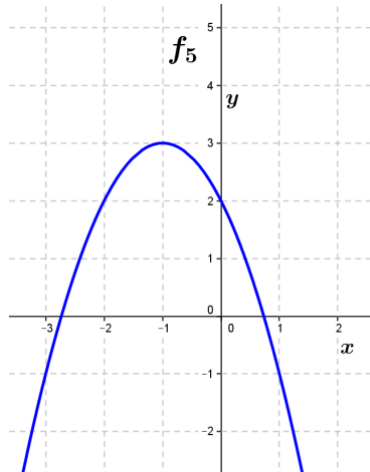
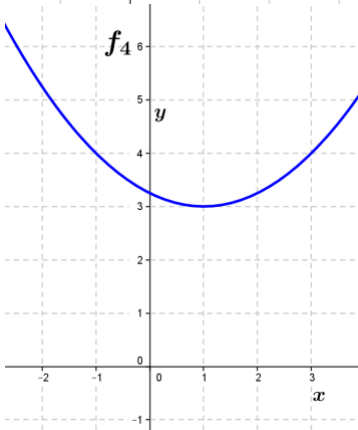
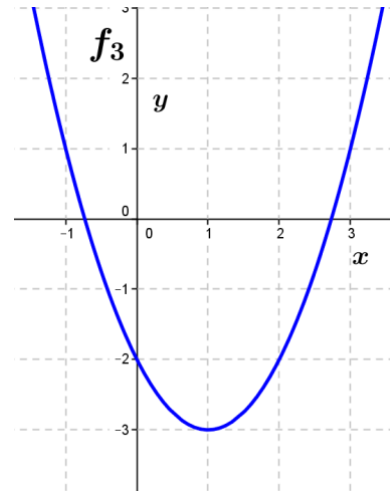
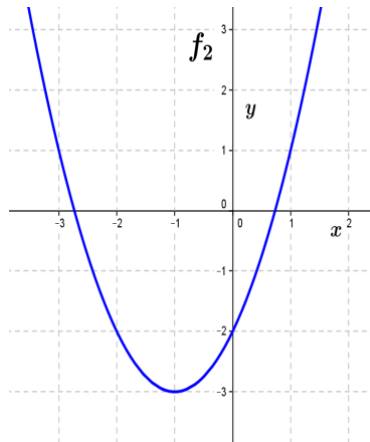
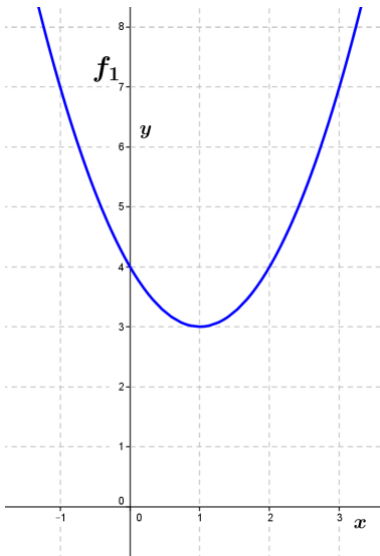
## Actividades

1. Hallar las raíces, el vértice, el eje de simetría y la ordenada al origen de las siguientes funciones.

- a.  $f(x) = x^2 - 2x - 8$       b.  $f(x) = x^2 + 4$       c.  $f(x) = 2x^2 + 4x + 1$   
 d.  $f(x) = x^2 - x - 2$       e.  $f(x) = 3x^2 - 12x + 12$       f.  $f(x) = 2x^2 + 4x - \frac{5}{2}$

2. Graficar las funciones del punto anterior.

3. Relacionar cada una de las siguientes parábolas con la ecuación correspondiente.



A ... =  $(x - 1)^2 - 3$

D ... =  $(x - 1)^2 + 3$

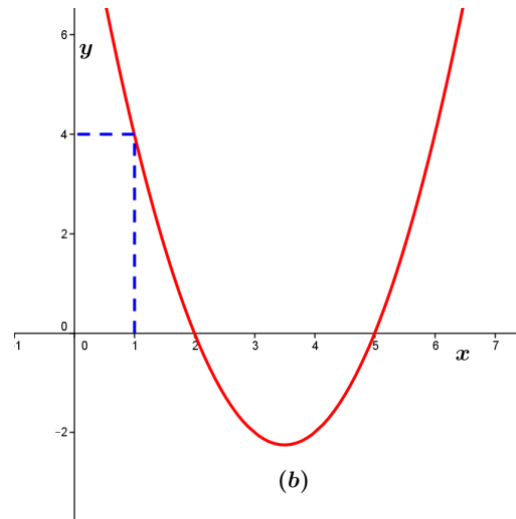
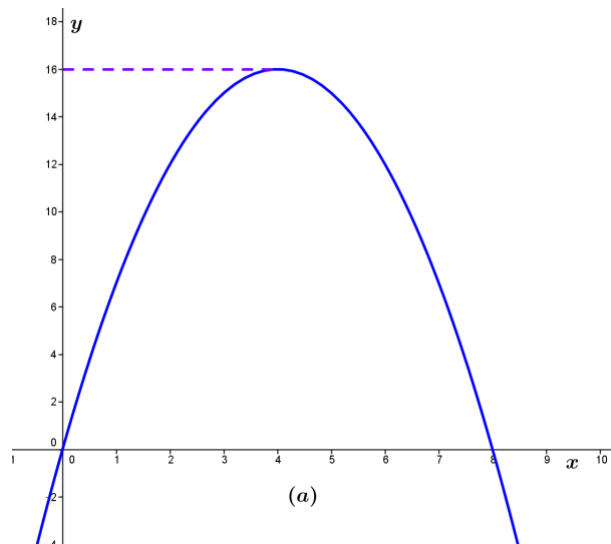
B ... =  $\frac{1}{4}(x - 1)^2 + 3$

E ... =  $4(x - 1)^2 + 3$

C ... =  $-(x + 1)^2 + 3$

F ... =  $(x + 1)^2 - 3$

4. Hallar, en cada caso, la ecuación de la función cuadrática utilizando los datos indicados en los gráficos (a) y (b).



5. Dadas las siguientes funciones cuadráticas:

a.  $f(x) = x^2 - x - 20$

b.  $f(x) = 3x^2 - 42x + 147$

c.  $f(x) = x^2 - 2x + 4$

d.  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}$

- I. Indicar, sin trazar la gráfica, el número de intersecciones con el eje de abscisas.
- II. En caso de ser posible, expresar la función cuadrática en forma factorizada.

6. Escribir en forma canónica y factorizada las funciones del ejercicio 1.

## Respuesta a las actividades propuestas

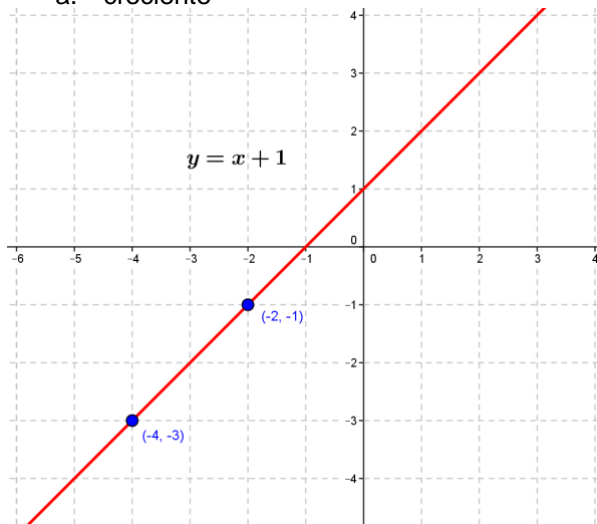
### 1. Los números reales.

1. a.  $-3$       b.  $-4$       c.  $42$       d.  $-\frac{5}{2}$       e.  $\frac{21}{16}$       f.  $-\frac{7}{6}$
2. a.  $2^{-8}$       b.  $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$       c.  $1$       d.  $\frac{1}{3}$       e.  $5^3$       f.  $(-4)^{-\frac{2}{5}}$
3. a. No      b.  $\sqrt{5}$       c.  $\sqrt[3]{3}$       d.  $4$
4. a.  $2\sqrt{2}$       b.  $3\sqrt{2}$       c.  $4\sqrt{2}$       d.  $5\sqrt{2}$
5. a.  $8$       b.  $3$       c.  $\sqrt{30}$       d.  $2^3 \sqrt[4]{2^3}$       e.  $2^{-1} \cdot \sqrt[3]{2^{-1}}$       f.  $3 \cdot \sqrt{5}$       g.  $2 \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$       h.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. a.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$       b.  $\frac{\sqrt{6}-1}{3}$       c.  $-10 - 10\sqrt{2}$       d.  $\frac{3+\sqrt{2}}{7}$       e.  $\frac{12-4\sqrt{2}+\sqrt{6}-3\sqrt{3}}{7}$       f.  $\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{10}+\sqrt{30}+3\sqrt{2}}{4}$
- g.  $\frac{x\sqrt{10}+3\sqrt{5x}}{5x}$       h.  $3 + 4\sqrt{2}$

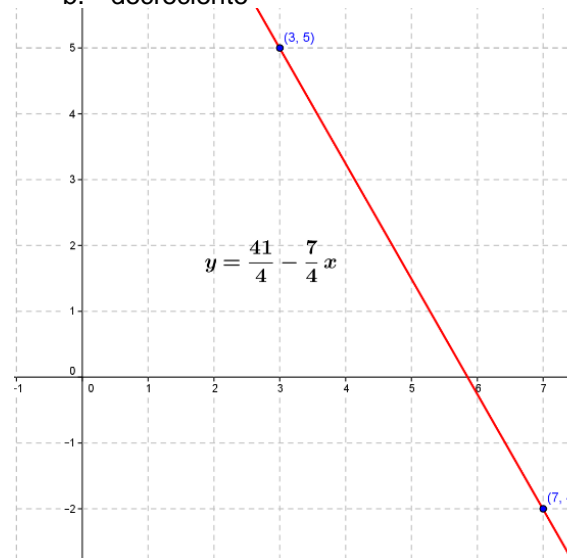
### 2. Funciones de variable real. Función lineal.

1. Son funciones  $i, ii, v, vi$ .
- 2.

a. creciente

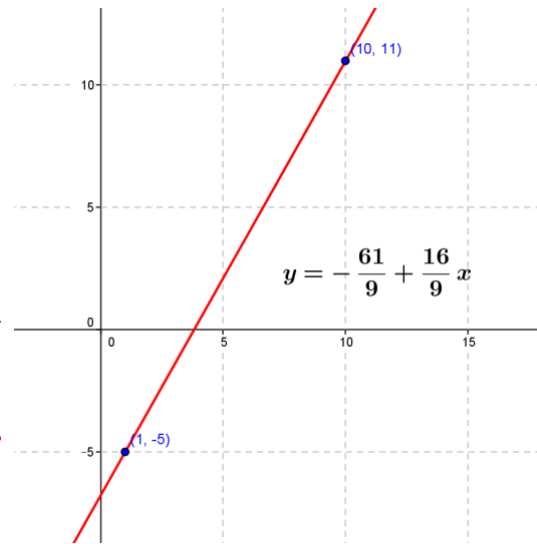
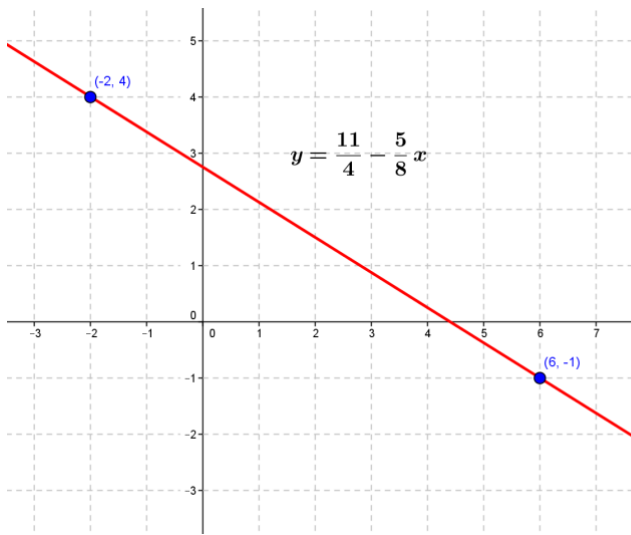


b. decreciente

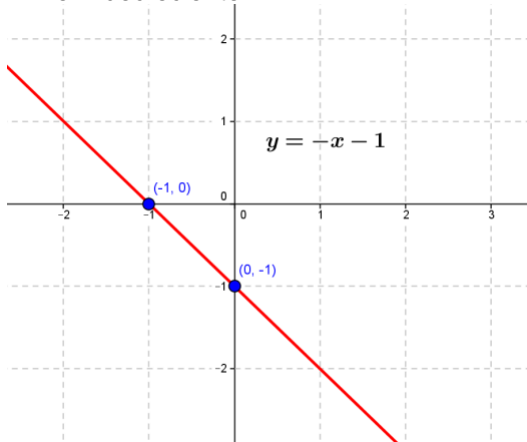


c. decreciente

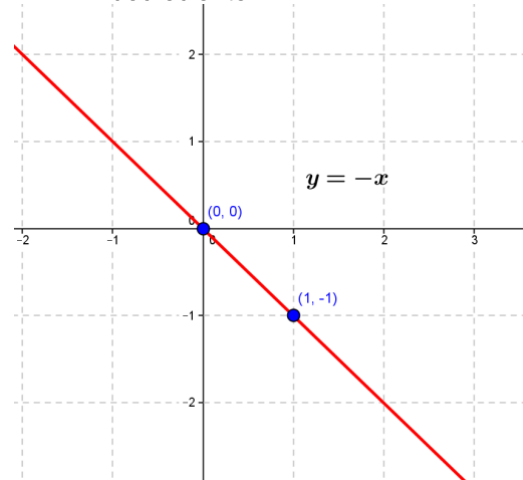
d. creciente



e. decreciente



f. decreciente



3.  $y = 5x + 3$

4. a. paralela  $y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{4}$

perpendicular  $y = -\frac{5}{3}x + 6$

b. paralela  $y = -4x - \frac{2}{5}$

perpendicular  $y = \frac{1}{4}x + 2$

c. paralela  $y = 5x + \frac{3}{7}$

perpendicular  $y = -\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

d. paralela  $y = -x + 3$

perpendicular  $y = x - \frac{2}{9}$

5. a.  $y = 0$

b.  $y = 2x$

c.  $y = -3$

d.  $x = 2$

e.  $x = -3$

f.  $y = 2 + 2x$

g.  $y = -3x$

h.  $y = -1 - 3x$

i.  $y = \frac{1}{2}x$

j.  $y = \frac{1}{2}x - 1$

k.

$y = -\frac{1}{2}x$

l.  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

6. a.  $y = 22 + 44x$

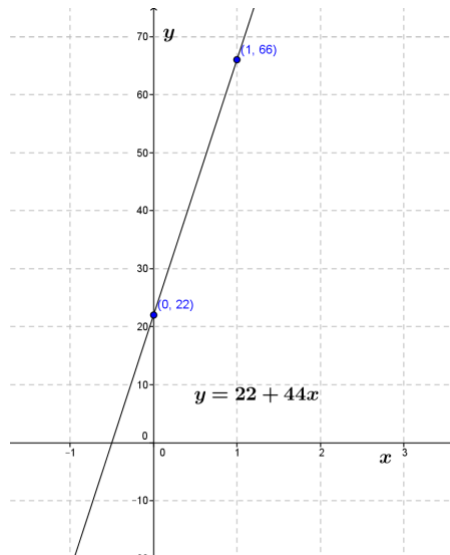
b. 33 bacterias

c. 240 minutos

d. 1078 bacterias

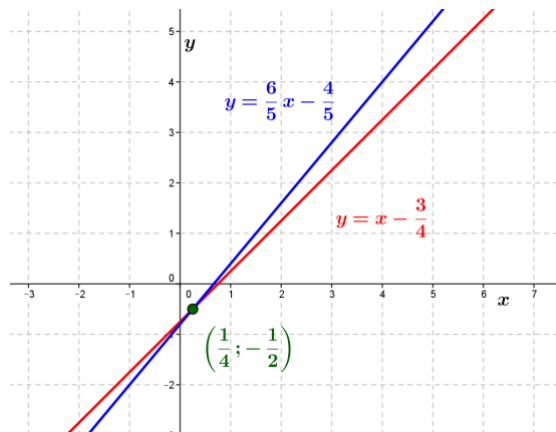
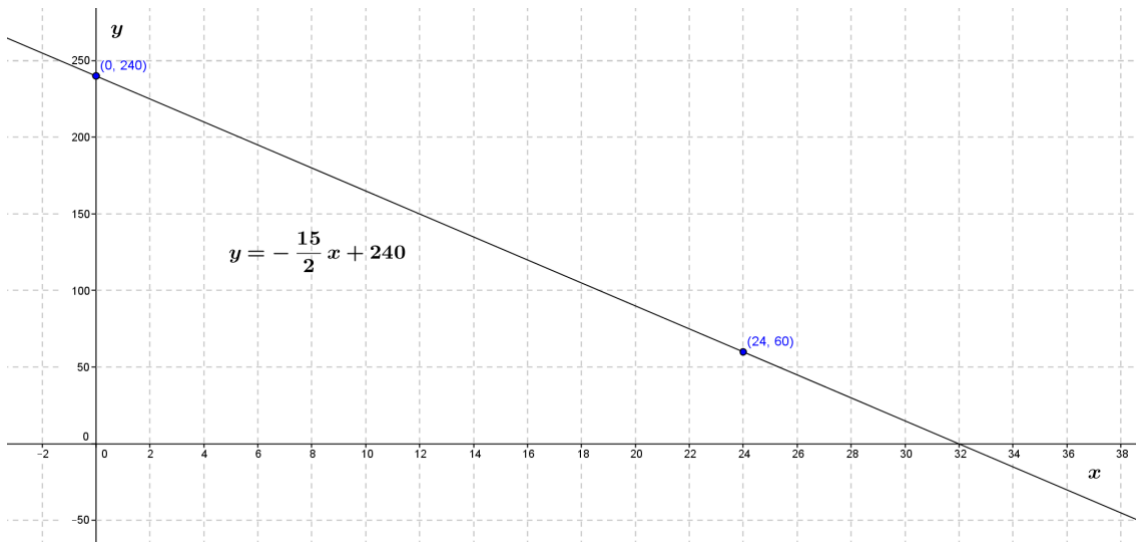
e.  $Dom = [0, 24]$

$Im = [22, 1078]$



7.a.  $y = -\frac{15}{2}x + 240$       b. 180 virus      c. 32 horas

d.  $Dom = [0, 32]$        $Im = [0, 240]$



### 3. Expresiones algebraicas.

1.a.  $(x + 5)^2$       b.  $(m - n)^2$       c.  $\left(\frac{q}{2} - p\right)^2$       d.  $(2x + y)^2$

2.a.  $(x - 3)(x + 3)$       b.  $(y - 5m)(y + 5m)$       c.  $(2a - \sqrt{3}b^2)(2a + \sqrt{3}b^2)$

d.  $(12m^3 - 11x^4y^2)(12m^3 + 11x^4y^2)$       e.  $\left(\frac{2}{3}a^3 - \frac{b^2}{5}\right)\left(\frac{2}{3}a^3 + \frac{b^2}{5}\right)$

3.a.  $x^2 - 4$       b.  $x^2 - 9$       c.  $x^2 - 25$       d.  $x - 9$       e.  $4x^2 - \frac{1}{4}$       f.  $\frac{1}{9}x^2 - 16$

4.a.  $x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x - 3)(x - 3)(x + 1)$

b.  $x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x + 2)^2(x - 3)$

c.  $x^3 - x^2 - 8x + 12 = (x - 2)^2(x + 3)$

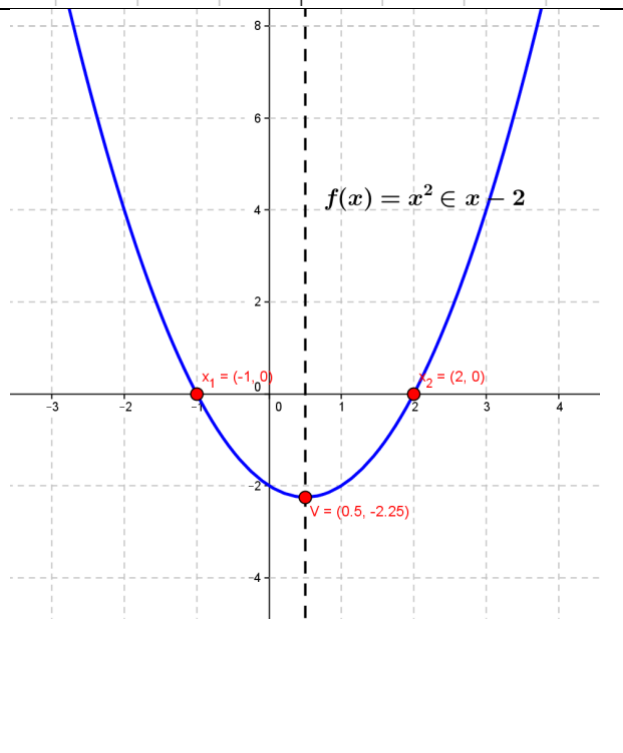
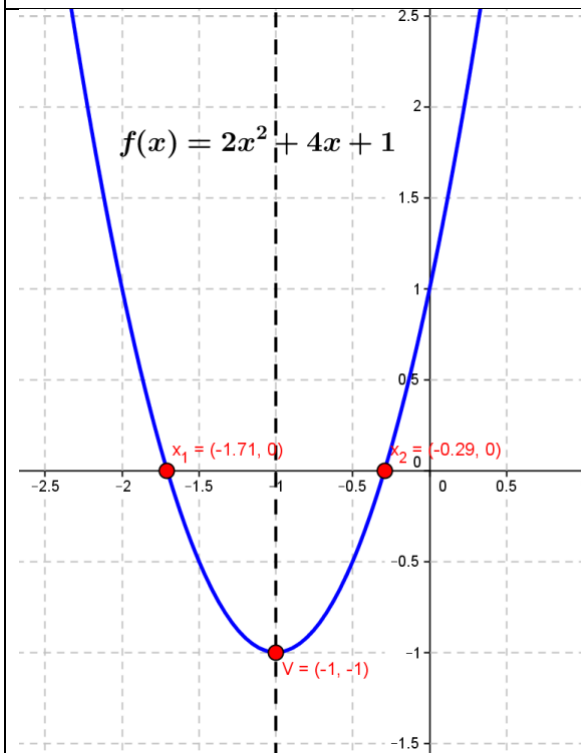
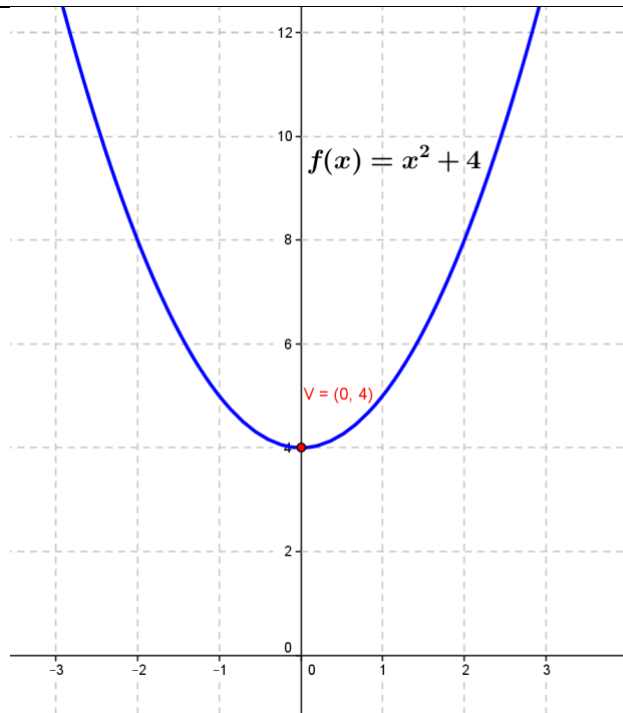
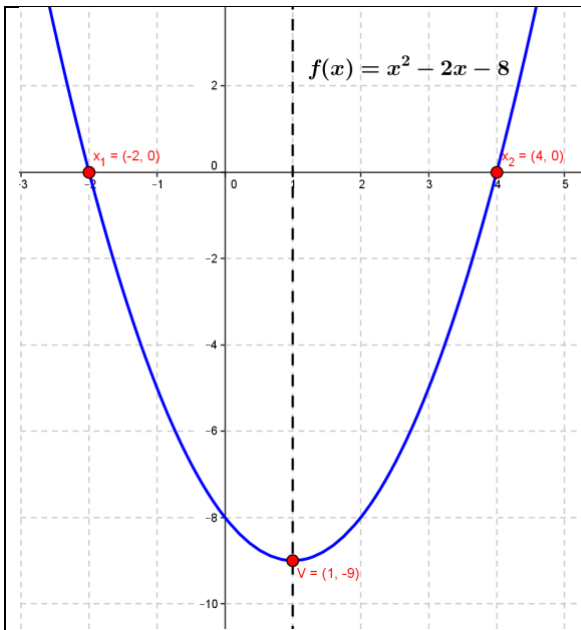
d.  $x^3 + 7x^2 + 16x + 12 = (x + 2)^2(x + 3)$

### 4. Función cuadrática.

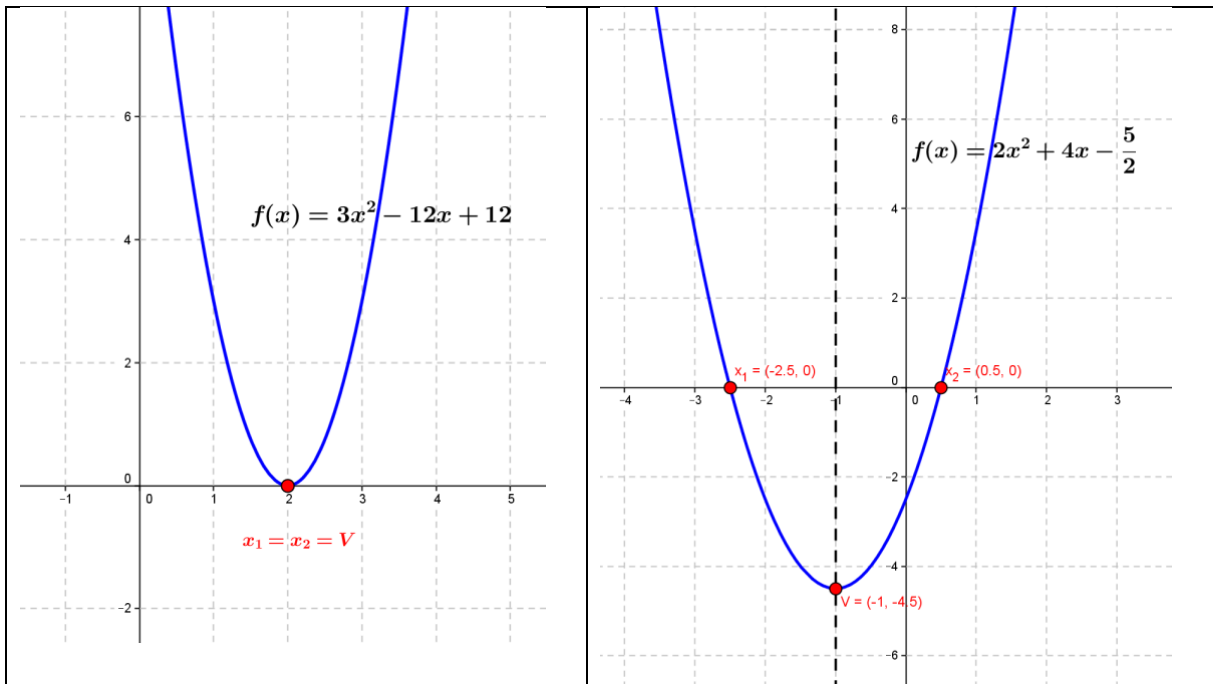
1

Inciso	Raíces	Vértice	Eje de simetría	Ordenada al origen
a	$x_1 = 4$ $x_2 = -2$	$V = (1; -9)$	$x = 1$	-8
b	$x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$	$V = (0; 4)$	$x = 0$	4
c	$x_1 = -1,71$ $x_2 = -0,29$	$V = (-1; -1)$	$x = -1$	1
d	$x_1 = -1$ $x_2 = 2$	$V = \left(\frac{1}{2}; -\frac{9}{4}\right)$	$x = \frac{1}{2}$	-2
e	$x_1 = x_2 = 2$	$V = (2; 0)$	$x = 2$	12
f	$x_1 = \frac{1}{2}$ $x_2 = \frac{5}{2}$	$V = \left(-1; -\frac{9}{2}\right)$	$x = -1$	$-\frac{5}{2}$

2







3

$f_1 = d$	$f_2 = f$
$f_3 = a$	$f_4 = b$
$f_5 = c$	$f_6 = e$

4

a.  $f(x) = -(x - 4)^2 + 16$

b.  $f(x) = (x - 2)(x - 5)$

5 a. Hay 2 intersecciones con el eje x, pues  $\Delta > 0$ .

$$f(x) = (x - 5)(x + 4)$$

b. Hay 1 intersección con el eje x, pues  $\Delta = 0$ .

$$f(x) = 3(x - 7)^2$$

c. No hay intersecciones con el eje x, pues  $\Delta < 0$ .

No es posible factorizar.

d. Hay 2 intersecciones con el eje x, pues  $\Delta > 0$ .

$$f(x) = \frac{1}{2}(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

6

Función	Canónica	Factorizada
a	$f(x) = (x - 1)^2 - 9$	$f(x) = (x - 4)(x + 2)$
b	$f(x) = x^2 + 4$	No es posible
c	$f(x) = 2(x + 1)^2 + 1$	$f(x) = 2(x + 0,29)(x + 1,71)$
d	$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$	$f(x) = (x + 1)(x - 2)$
e	$f(x) = 3(x - 2)^2$	$f(x) = 3(x - 2)^2$
f	$f(x) = 2(x + 1)^2 + \frac{9}{2}$	$f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

# Módulo Química

## Palabras Introductorias

La química no se hace sólo en los laboratorios, en realidad ocurre todos los días y tiene un gran impacto sobre lo que uno usa y hace. Hacemos química cuando cocinamos, cuando agregamos cloro a la pileta de natación o cuando se enciende el motor de un vehículo. Se produce una reacción química cuando un clavo se oxida, cuando las plantas convierten el dióxido de carbono y el agua en carbohidratos y energía para crecer o cuando una tableta antiácida se disuelve en agua.

Los procesos químicos se producen todos los días en la naturaleza, en nuestro cuerpo, y también en los laboratorios químicos, plantas de fabricación de productos químicos y en laboratorios farmacéuticos.

Por todo esto es muy importante el estudio de la química, es decir el estudio de la composición, estructura, propiedades y reacciones de la materia, entendiendo a esta palabra como aquella que sirve para denominar a todas las sustancias que conforman el universo.

Con esta breve introducción, te damos la bienvenida al **Curso de nivelación de Química** que ha sido diseñado para que repasemos juntos la Formulación de Compuestos Inorgánicos.

El objetivo principal que perseguimos es guiarte en los primeros pasos de tu vida universitaria para que puedas conocer o repasar el "Lenguaje de la Química". De este modo queremos llegar al final del curso habiendo **aprendido** nociones básicas sobre nomenclatura lo que te permitirá introducirte en los contenidos de la química básica. Esperamos que disfrutes este tiempo de aprendizaje compartido.

## Objetivo general

- Conocer y aplicar la nomenclatura de los compuestos inorgánicos.

## Objetivos específicos

- Utilizar la tabla periódica de los elementos.
- Conocer los símbolos de los elementos químicos.
- Calcular el número de oxidación de un compuesto.
- Escribir fórmulas de sustancias químicas a partir de sus nombres mediante distintas nomenclaturas.
- Nombrar los compuestos a partir de sus fórmulas.
- Deducir a partir de los elementos la formación de óxidos, hidruros, ácidos, bases y sales.

## Contenidos a desarrollar

Tabla periódica: número atómico, número másico y concepto de electronegatividad.

Concepto de número de oxidación. Formulación y nomenclatura de compuestos inorgánicos: compuestos binarios, ternarios y cuaternarios.

## Bibliografía

1. ANGELINI-BAUMGARTNER-BENITEZ y otros. "Temas de Química General". 2da Edición. Eudeba.1995.
2. BROWN-LEMAY-BURSTEN. "Química: La Ciencia Central".7ª Edición. Prentice Hall.1998, México. Con CD interactivo.
3. CHANG, RAYMOND. "Química".6ta Edición. McGraw Hill. 1999, España.
4. MARTÍNEZ, J. M., DONATI, E. R. "Principios Básicos de Química". Facultad de Ciencias Exactas. Edición de los autores, 1999. Universidad Nacional de la Plata.
5. Mc MURRY- FAY. Chemistry. Fourth edition. Prentice Hall.
6. PETRUCCI-HARWOOD- HERRING. General Chemistry. Principles and Modern Application. 8th Edition. Con CD interactivo.
7. PRADYOT, PATNAIK. Handbook of Inorganic Chemicals. McGraw Hill, 2003.
8. WHITTEN-DAVIS-PECK. "Química General". 5ta Edición. McGraw Hill.1998, España.

El presente apunte introductorio a la química, ha sido adaptado a los contenidos que se desean brindar en el curso de nivelación de química de la ESCiMar, tomando como referencia la bibliografía antes mencionada y los apuntes de química de la Facultad de Ingeniería de la UNCo y del Departamento de Química de la UNS.

Autores: Ing. Ma. Paula Fava (PAD-2)

Lic. Matías S. Maggioni (JTP-2)

# OBJETO DE ESTUDIO DE LA QUÍMICA

La **materia** está en todas partes: el agua que se pone a calentar para tomar unos mates, un cepillo de dientes, el oxígeno que se inhala y el dióxido de carbono que se exhala producto de la respiración, son formas de materia.

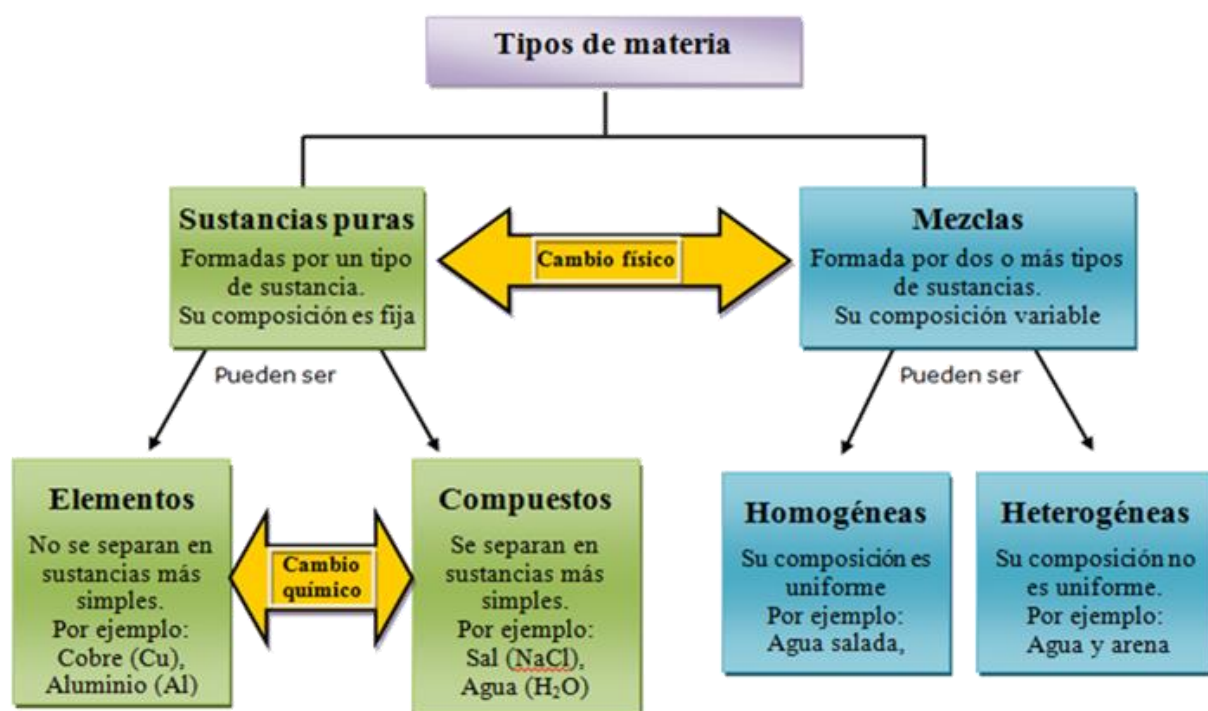
La materia se distingue por ciertas propiedades como su aspecto, el punto de fusión y ebullición, la densidad y otras. Además tiene la forma física de sólido, líquido o gas, siendo el ejemplo más común el agua, un compuesto que existe en los tres estados: el cubo de hielo, el agua que sale de la canilla y cuando se evapora forma un gas.

**Materia** es cualquier material físico del universo, que tiene masa y ocupa un lugar en el espacio. Como hay varios tipos, la materia se clasifica según la clase de componentes que contiene. Una **sustancia pura** tiene una composición definida, mientras que una **mezcla** está formada por dos o más sustancias en cantidades variables.

La química se encarga de estudiar la materia así como sus propiedades, composición y transformaciones.

En una transformación física la composición de la materia no cambia (Ej. cuando hierro sólido puro es calentado hasta temperaturas de 1535°C éste se funde, es decir representa un cambio físico), mientras que en una transformación química la composición de la materia se altera como por ejemplo una reacción química.

La Figura 1 muestra que la materia puede estar constituida por una única sustancia o por un conjunto de ellas llamada mezcla. A su vez, una sustancia pura puede ser un elemento o un compuesto.



**Figura 1:** Diagrama que resume la clasificación de la materia en mezclas, elementos y compuestos.

Una sustancia pura es un tipo de materia de composición definida. Hay dos tipos: **elementos** y **compuestos**.

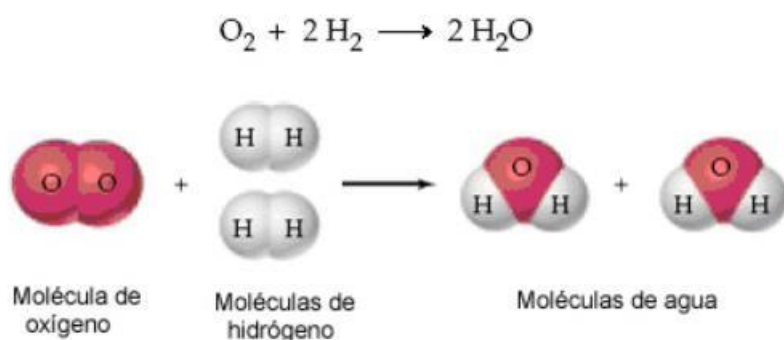
Los **elementos** son las sustancias más fundamentales con las cuales se construyen todas las cosas materiales. La partícula más pequeña que mantiene

su identidad química a través de cambios (físicos y químicos), o sea, que conserva las propiedades del elemento, es el átomo. Los átomos de un elemento sólido están organizados con arreglo a un patrón regular y son del mismo tipo. Todos los átomos de un trozo de cobre son átomos de cobre. Los átomos de un elemento particular no se pueden dividir en átomos más simples. Una clasificación particular surge al definir **sustancia pura simple**, la cual está constituida por una única clase de átomos. Por ejemplo, el oxígeno que respiramos es una sustancia pura simple porque sus moléculas están formadas sólo por átomos de oxígeno. Estas sustancias suelen clasificarse como moléculas, debido a que se entiende por molécula a un agregado de por lo menos dos átomos en una configuración definida, que se mantienen unidos mediante fuerzas químicas. Los átomos de oxígeno individuales no son estables a temperatura y presión ordinarias. En el caso del oxígeno se combinan de a pares formando moléculas diatómicas, O<sub>2</sub>. Otros ejemplos de moléculas diatómicas son hidrógeno, nitrógeno, flúor, cloro, bromo y yodo.

Un **compuesto** o sustancia compuesta es aquella que está formada por átomos de elementos diferentes, como por ejemplo el agua. Estos elementos o compuestos pueden explorarse en una escala **macroscópica** mediante lo que perciben nuestros sentidos o en una escala **microscópica** donde se estudia la química en función de átomos y moléculas.

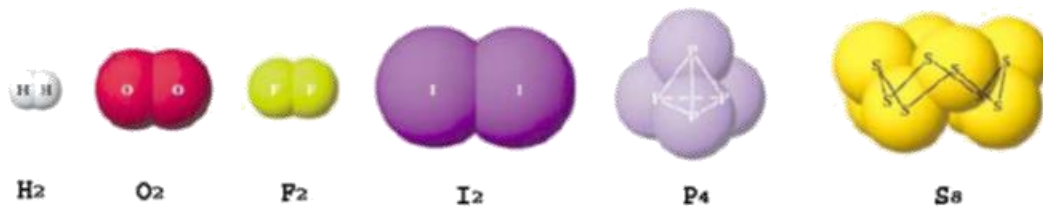
Los compuestos se descomponen mediante procesos químicos en sustancias más simples como los elementos, pero no se pueden descomponer mediante procesos físicos. Los elementos no se descomponen ni por procesos físicos ni por procesos químicos.

En la Figura 2 puede verse una representación de una transformación química donde a partir de las sustancias simples oxígeno (O<sub>2</sub>) e hidrógeno (H<sub>2</sub>) se forma el agua (H<sub>2</sub>O) que es un compuesto.



**Figura 2:** Representación de una transformación química de la formación de agua a partir de oxígeno e hidrógeno.

Otros elementos existen como moléculas más complejas. Las moléculas de fósforo consisten de cuatro átomos mientras que el azufre existe a temperaturas y presiones ordinarias como moléculas octoatómicas. La Figura 3 muestra representaciones de moléculas diatómicas y poliatómicas.



**Figura 3:** Representación de moléculas diatómicas y poliatómicas.

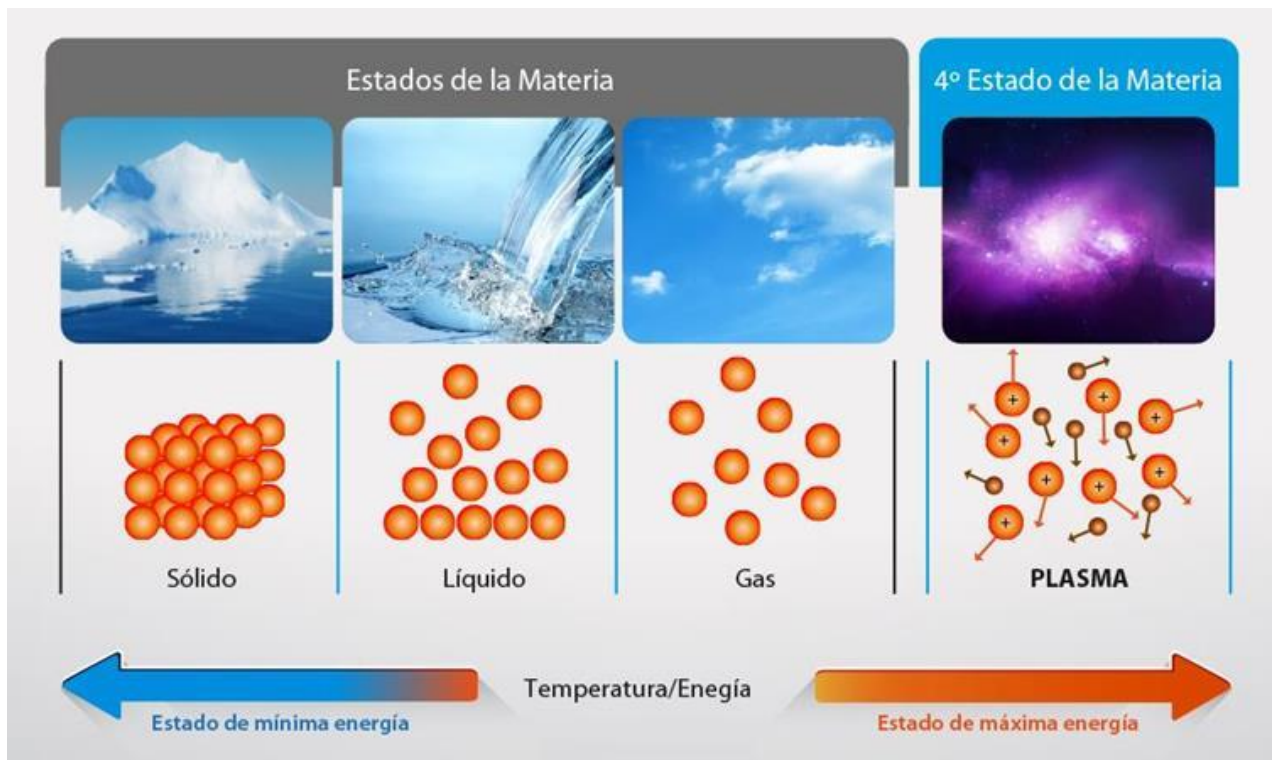
En una mezcla dos o más sustancias se combinan físicamente pero no químicamente. El aire que respiramos es una mezcla, principalmente de gases oxígeno y nitrógeno. El acero es una mezcla de hierro, níquel, carbono y cromo. Una solución como el té o el café también es una mezcla.

Las mezclas se clasifican en:

- Homogéneas: la composición de la mezcla es uniforme a lo largo de la muestra: aire, agua de mar, bronce.
- Heterogéneas: sus componentes no tienen una composición uniforme a lo largo de la muestra: una muestra de petróleo y agua, pues el petróleo flota sobre el agua, las burbujas en una bebida.

## ESTADOS EN QUE SE PRESENTA LA MATERIA

Todas las sustancias, bien sean materiales, elementos o compuestos, presentan un estado de agregación que va a estar determinado por las condiciones de temperatura y presión a las cuales estos se encuentren sometidos. Cada estado de agregación de la materia posee propiedades y características diferentes a los demás, Como se muestra en la figura 4, los estados de la materia son cuatro: **sólido, líquido, gaseoso y plasma**; cada estado tiene un conjunto de propiedades físicas.



**Figura 4:** Características de los cuatro estados de la materia

Un **sólido** tiene una forma y un volumen definido, como por ejemplo un libro, una pelota. En los sólidos, las partículas están unidas por fuerzas de atracción muy grandes, por lo que se mantienen fijas en su lugar; solo vibran unas al lado de otras.

Un **líquido** tiene un volumen definido pero no una forma definida y adopta la forma del recipiente que los contiene. Por ejemplo el agua toma la forma de la jarra o del vaso en la que se encuentra. En los líquidos, las partículas están unidas, pero las fuerzas de atracción son más débiles que en los sólidos, de modo que las partículas se mueven y chocan entre sí, vibrando y deslizándose unas sobre otras.

Líquidos y sólidos no pueden ser comprimidos apreciablemente

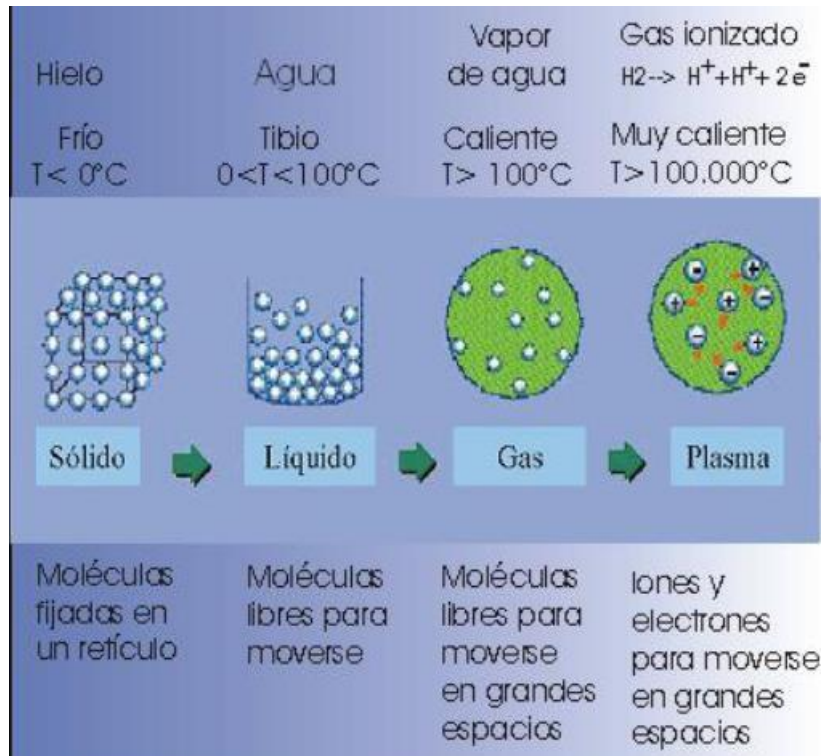
Un **gas** no tiene ni forma ni volumen determinado; adopta el tamaño y la forma del lugar que ocupa. Por ejemplo, cuando se infla un globo, el aire ocupa todo el espacio dentro de él. En los gases, las fuerzas de atracción son casi inexistentes, por lo que las partículas están muy separadas unas de otras y se mueven rápidamente y en cualquier dirección, trasladándose incluso a largas distancias.

Cuando un gas es calentado a muy altas temperaturas como las existentes en el sol, o llevado a presiones extremadamente altas, haciendo que los impactos entre los electrones sean muy violentos, separándose del núcleo y dejando sólo átomos dispersos, se dice que los átomos de un gas se "ionizan", es decir que los mismos pierden electrones y queda un gas de partículas cargadas conocido como plasma. El **plasma**, es entonces, una mezcla de núcleos positivos y electrones libres, que tiene la capacidad de conducir electricidad y constituye el cuarto estado



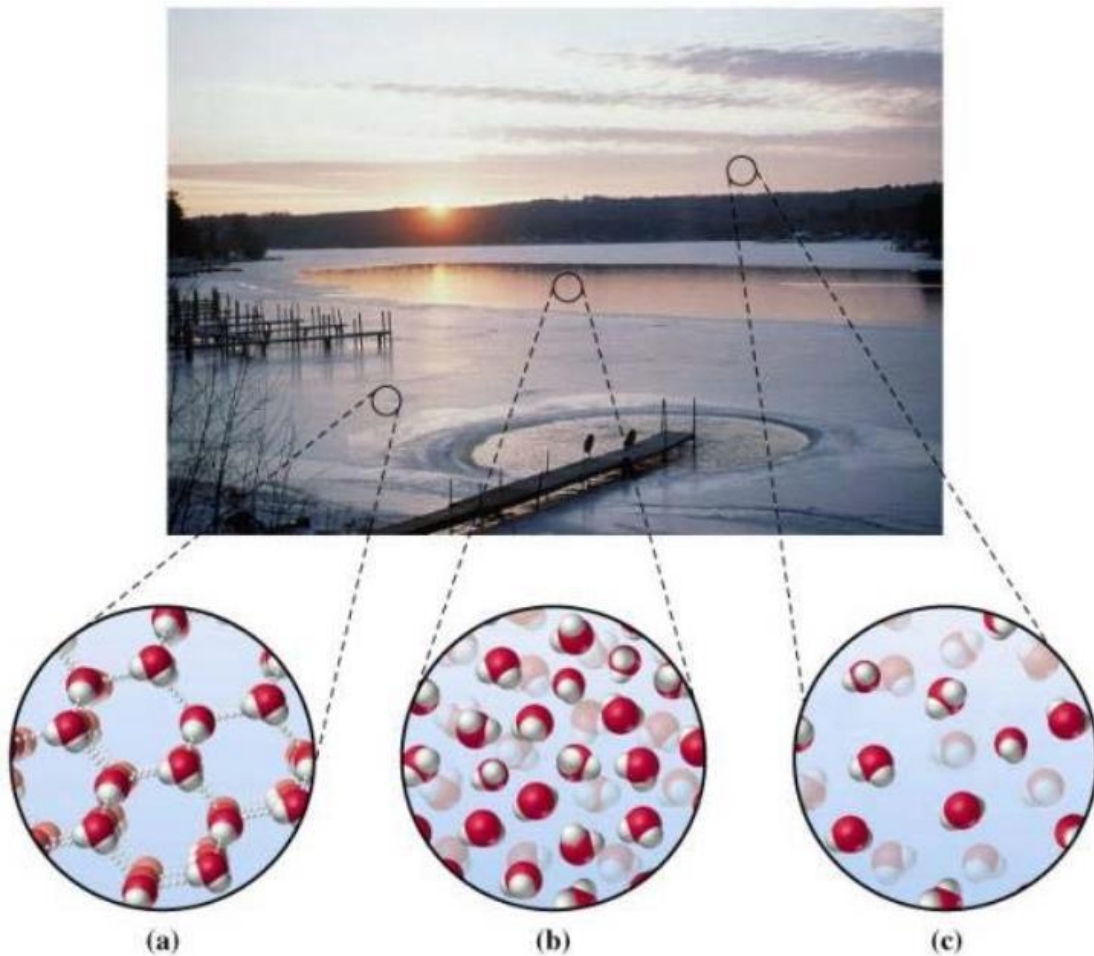
de la materia. Otros ejemplos de este cuarto estado lo conforman los rayos durante una tormenta, el fuego, el magma, la lava, etc.

En la Figura 5 se comparan los estados de la materia mediante ejemplos.



**Figura 5:** Características y ejemplos de los cuatro estados de la materia

La Figura 6 muestra los tres estados físicos del agua desde el punto de vista macroscópico y vistas moleculares que indican que las moléculas de agua están más ordenadas en el estado sólido que en el líquido. Mientras que las moléculas en el estado gaseoso están muy separadas comparadas con el líquido.



**Figura 6:** Laguna en la que el agua se encuentra en tres estados: sólido, líquido y gaseoso, de acuerdo a las condiciones de presión y temperatura. Las imágenes ampliadas muestran moléculas de agua en la que cada esfera roja representa un átomo de oxígeno y cada esfera gris un átomo de hidrógeno. a) Agua sólida, con empaquetamiento bastante compacto, cada molécula consta de un átomo de oxígeno (rojo) y dos átomos de hidrógeno (gris). b) Agua líquida donde las moléculas de agua son bastante móviles y están más separadas. c) Agua en forma gaseosa, aquí las moléculas están muy alejadas entre sí.

# PROPIEDADES DE LA MATERIA

Una forma de describir la materia es observar sus propiedades. Hay dos tipos de propiedades, las físicas y las químicas.

## Propiedades físicas

Son aquellas propiedades que se observan o miden sin afectar la identidad de una sustancia.

Son ejemplos de este tipo de propiedades: color, olor, punto de fusión, punto de ebullición, estado a 25 °C, apariencia, conducción de la electricidad, conducción del calor, densidad.

Estas propiedades están relacionadas con el estado de agregación de la materia.

Los cambios de estado que se producen entre estos cuatro estados de la materia son los que se indican en el siguiente esquema:



Figura 7: Cambios de estado de agregación

El agua ( $H_2O$ ) es una sustancia que se encuentra comúnmente en tres estados. Cuando la materia experimenta un cambio físico, su estado de agregación cambiará, pero su identidad o composición permanecen iguales. La forma sólida del agua, como la nieve o el hielo, tiene una apariencia distinta a la de su forma líquida o gaseosa, pero en las tres formas es agua.

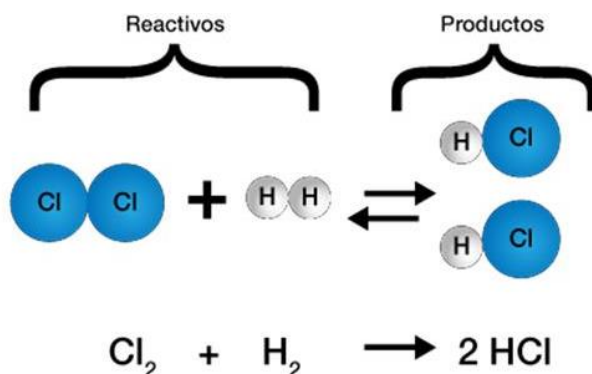
Los cambios Físicos son modificaciones que se presentan sin un cambio en la composición de la sustancia. Se debe diferenciar entre un cambio y una propiedad física: un cambio es una "conversión" de una forma a otra y una propiedad "distingue" una sustancia de otra.

## Ejemplos de cambios físicos

Tipo de cambio físico	Ejemplo
Cambio de estado.	Agua en ebullición
Cambio de apariencia. Disolución de sólidos en líquidos	Disolución de azúcar en agua
Cambio de forma.	Estirar el cobre en un alambre delgado
Cambio de forma	Moler pimienta en partículas más pequeñas

## Propiedades químicas

Las propiedades químicas son aquellas que describen la habilidad de una sustancia para cambiarla en una nueva. Durante un cambio químico la sustancia original se convierte en una o más sustancias nuevas con diferentes propiedades químicas y físicas. Por ejemplo, oxidación del hierro, producción de energía por el metabolismo.



**Figura 8:** Reacción de combinación que ejemplifica un cambio químico

Los cambios Químicos son modificaciones que se pueden observar sólo cuando se presenta un cambio en la composición de una sustancia. Se produce una nueva sustancia y las propiedades de ésta son diferentes a las de la sustancia anterior.

## Ejemplos de cambios químicos

Tipo de cambio químico	Cambios en propiedades químicas
Caramelizar azúcar	A altas temperaturas el azúcar blanco cambia a una sustancia suave de color caramelo.
Formación de óxido	El hierro que es gris y brillante, se combina con el oxígeno para formar óxido anaranjado-rojizo.
Quemar madera	Un trozo de pino se quema con una llama que produce calor, cenizas, dióxido de carbono y vapor de agua.

Hay que insistir que ninguna propiedad sencilla sirve por sí sola para reconocer una clase de materia (sustancia); para ello es necesaria la relación de varias propiedades, entre ellas las químicas.

## Propiedades Extensivas e Intensivas

**Propiedades Extensivas o Generales:** son aquellas que dependen de la cantidad de materia. Estas propiedades las poseen todas las sustancias de manera general; por ejemplo peso, masa y volumen.

Si un recipiente contiene 1 litro de agua y otro, 10 litros de agua, es posible comprobar que la cantidad de agua en el segundo recipiente tiene mayor peso y volumen.

**Propiedades Intensivas o Específicas:** son aquellas que no dependen de la cantidad de materia considerada. Son ejemplos de propiedades intensivas:

- ✓ densidad y peso específico
- ✓ puntos o temperaturas de ebullición y fusión
- ✓ coeficiente de dilatación lineal, superficial y cúbica
- ✓ conductividad térmica y eléctrica
- ✓ índice de refracción
- ✓ forma cristalina, etc.

Casi todas estas propiedades son expresables cuantitativamente y se miden con exactitud en el laboratorio, quedando definidas por una magnitud que se conoce como constante física (con las cuales se confeccionan tablas); éstas, en determinadas condiciones, caracterizan a una sustancia.

La densidad, comúnmente utilizada en el estudio de la química, es la masa de una sustancia por unidad de volumen. Esta relación no depende de la cantidad de materia. Si tomamos dos trozos de aluminio de distinto tamaño a 20°C, tendrán distinta masa y volumen, pero la relación entre la masa y el volumen, densidad ( $\delta$ ), será 2,698 g/cm<sup>3</sup> independientemente de la cantidad de materia de ambos trozos de aluminio. Esta es una propiedad intensiva, quedando determinada por el número 2,698.

Lo mismo sucede con el punto de ebullición, punto de fusión, peso específico, etc. Las propiedades intensivas son condicionadas porque sus valores dependen de las condiciones externas, las que deben ser explícitamente indicadas. La densidad del aluminio es 2,698 g/cm<sup>3</sup> a 20°C.

La densidad del aire determinada a 0°C y 1 atmósfera de presión es 0,0001293 g/cm<sup>3</sup> y varía enormemente con pequeñas variaciones de la temperatura, la presión o ambas condiciones a la vez.

Por lo dicho anteriormente, no es correcto decir que el agua hierve a 100°C, por cuanto debe señalarse las condiciones externas correspondientes; el agua hierve a 100°C cuando la presión exterior es de 1 atmósfera.

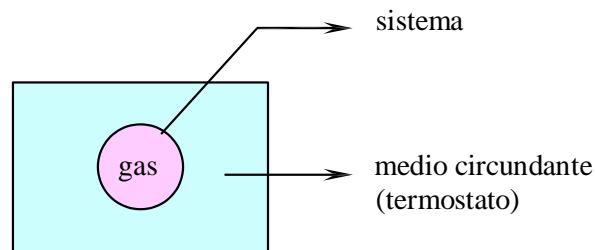
## SISTEMAS MATERIALES

Se llama sistema material a una porción limitada de la realidad circundante (UNIVERSO) que se separa, real o imaginariamente, para su estudio.

Pueden ser ejemplos de sistemas materiales: para un físico nuclear dos protones que interactúan; para un astrónomo la vía láctea; para un químico una reacción que se realiza en un erlenmeyer; etc.

Aun cuando el sistema ha sido separado del universo (ambiente) que lo rodea, queda circundado por un medio. Cuando se estudia un sistema material dicho medio debe ser considerado.

Por ejemplo: si se coloca un recipiente que contiene un gas en un baño con agua a temperatura constante (un termostato), el gas es el sistema que se está estudiando y el termostato el medio; los límites del sistema son las paredes del recipiente que contiene el gas.



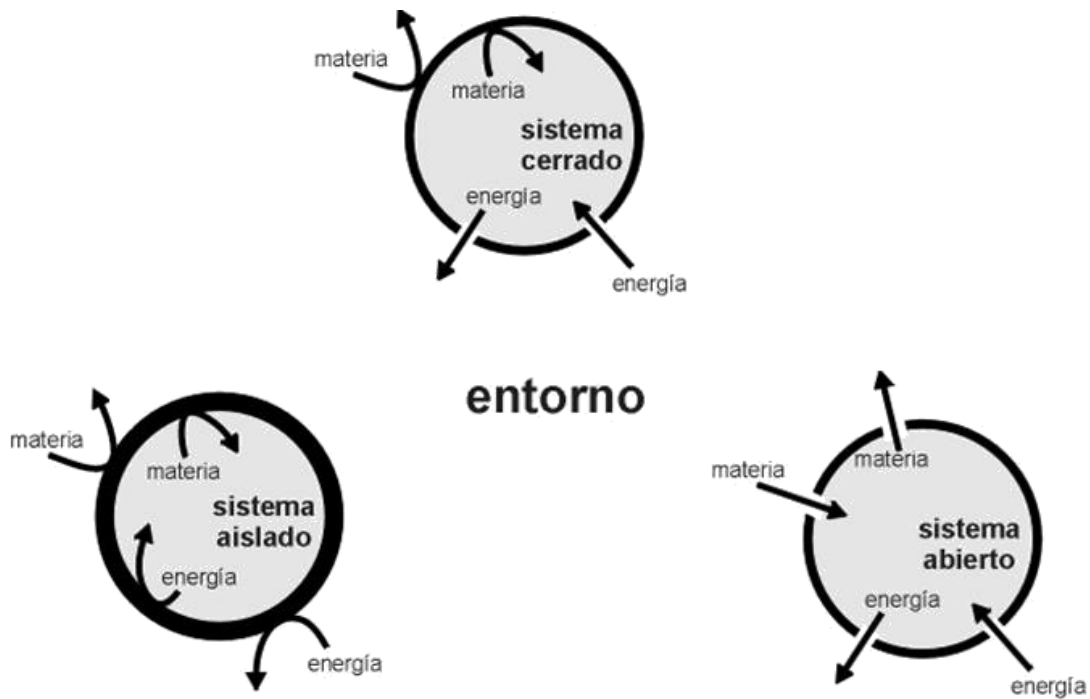
**Figura 9:** Componentes de un sistema material.

En función del pasaje de masa y energía entre el sistema y el medio, estos pueden clasificarse en: abiertos, cerrados y aislados.

En un **Sistema Abierto** hay transferencia de masa y energía entre el sistema y el medio o viceversa. Por ejemplo, se pone a calentar una masa de agua cuyo recipiente contenedor no está tapado. En este sistema, la masa de agua recibe calor -energía térmica- procedente de su medio, simultáneamente parte de la masa de agua convertida en vapor pasa al medio.

En un **Sistema Cerrado** solamente hay intercambio de energía entre el sistema y el medio o viceversa. Si el recipiente del ejemplo anterior que contiene agua, ahora está tapado, la masa de agua se calentará debido a que hay transferencia de calor como en el caso anterior, pero como el vapor del agua no puede escapar, no hay transferencia de masa.

En un **Sistema Aislado** no hay pasaje de masa ni de energía del sistema al medio o viceversa. Un termo tapado, cuya doble pared de vidrio no es atravesada por la masa de agua ni por el calor, constituye un sistema aislado.



**Figura 10:** Clasificación de sistemas materiales, según su interacción con el medio circundante.

## Sistemas homogéneos y heterogéneos

La clasificación de los sistemas materiales en abiertos, cerrados y aislados, obedece a hechos observables en la superficie de contacto entre el sistema y el medio.

Si se atiende a las propiedades en el interior de cada sistema, se adopta otro criterio clasificador, según el cual hay dos posibilidades: sistemas homogéneos y sistemas heterogéneos.

**Sistemas Homogéneos:** si observamos las propiedades intensivas de una muestra de agua pura contenida en un recipiente (P.F., P.E.,  $\delta$ , etc.), veremos que ellas permanecen constantes para cualquier porción de agua que se considere. El agua es el único componente del sistema.

Si ahora consideramos un sistema formado por el agua a la que le hemos agregado una pequeña cantidad de azúcar (sistema formado por dos componentes: agua y azúcar), podemos observar y comprobar que las propiedades intensivas en este caso son iguales en todos los puntos de su masa.

Decimos entonces que, el sistema de un componente (agua pura) y el sistema de dos componentes (agua y azúcar) constituyen sistemas homogéneos.

Un **sistema homogéneo** es entonces aquel que presenta las mismas propiedades intensivas en todos sus puntos.

Todo sistema homogéneo se caracteriza por presentar continuidad cuando se lo observa a simple vista, al microscopio y aún al ultramicroscopio. No es posible, en el ejemplo anterior, observar y distinguir el agua del azúcar.

Hay infinidad de sistemas homogéneos, entre otros: agua potable, aire (varios componentes); alcohol, agua (un componente), etc.

**Sistemas Heterogéneos:** si analizamos un sistema formado por agua y aceite (dos componentes), comprobamos que no posee homogeneidad, ya que a

simple vista se distinguen la zona ocupada por el aceite y la zona ocupada por el agua. También podemos comprobar que ciertas propiedades intensivas (densidad por ejemplo) no se mantienen constantes cuando pasamos de un punto ocupado por el aceite a otro punto ocupado por el agua. Lo mismo sucede en el sistema formado por agua líquida, hielo y vapor de agua (un componente).

Los sistemas anteriores son heterogéneos y los podemos definir como aquellos sistemas que presentan distintas propiedades intensivas en por lo menos dos de sus puntos.

Otros ejemplos de sistemas heterogéneos son: agua y arena, agua y limaduras de hierro, pólvora (clorato de potasio, carbono y azufre), etc.

*Homogeneidad y Heterogeneidad* son conceptos relativos que dependen de las condiciones experimentales. Sangre humana y leche son sistemas homogéneos a simple vista, pero observados con un microscopio revelan heterogeneidad; en la sangre se observan glóbulos rojos diferenciados del suero y en la leche gotitas de grasa. En consecuencia todo depende de cómo se ha practicado la determinación y qué instrumento se ha empleado.

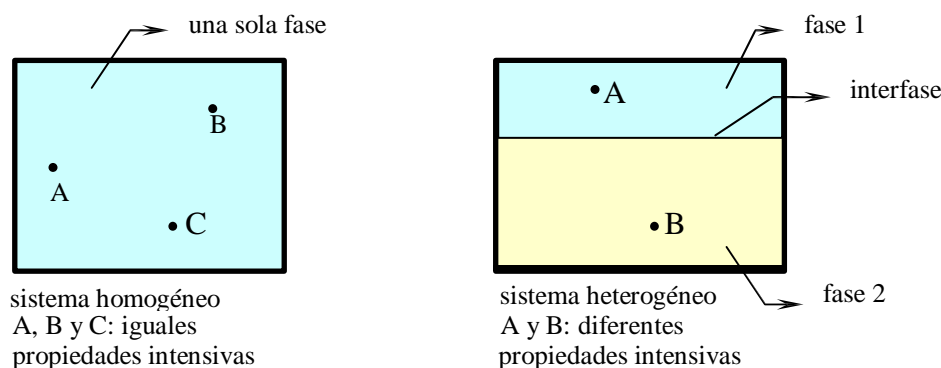
Dado que son numerosos los instrumentos utilizados: lupa, microscopio óptico común, microscopio electrónico, equipo de rayos X, etc., se ha convenido lo siguiente: los sistemas homogéneos y heterogéneos serán establecidos mediante el microscopio óptico habitual en laboratorios químicos y biológicos, con este aparato se visualizan hasta  $10^{-4}$  cm (0,0001 cm).

## Fases - separación de fases - fraccionamiento de fases

Si consideramos el sistema heterogéneo formado por agua líquida, hielo y vapor de agua, está constituido por tres sistemas homogéneos y un componente; dichos sistemas homogéneos se denominan fases.

Definimos entonces fase: es cada uno de los sistemas homogéneos (con superficie de separación perfectamente definida) en que puede dividirse un sistema heterogéneo.

Dichas superficies de separación se denominan **interfase**.



**Figura 11:** Fases e interfaces de un sistema material



## **Separación de fases (sistemas heterogéneos):**

Las distintas fases de un sistema heterogéneo se pueden separar por varios procedimientos físicos llamados métodos de separación de fases.

Por ejemplo: filtración, decantación, centrifugación, levigación, tamizado, etc.

## **Fraccionamiento de Fase (sistemas homogéneos):**

Como resultado de la aplicación de los métodos de separación que vimos anteriormente, un sistema heterogéneo queda dividido en fases (sistemas homogéneos).

Es posible intentar la aplicación de nuevos métodos que permitan decidir si una fase a su vez está formada por uno o más componentes. Por ejemplo podemos separar el agua de la sal a partir del sistema homogéneo agua salada. En este caso la fase debe ser fraccionada.

Los métodos de fraccionamiento de fase son: destilación simple, destilación fraccionada y cristalización.

A modo de información se nombran y explican brevemente algunos métodos de separación (los cuales dependen de las características de las fases del sistema) y fraccionamiento (se basan en algún cambio de estado o forma de distribución de alguno de los componentes de la solución) de sistemas materiales:

**Tría:** Es una operación manual en la que se separan fases fácilmente observables de un sistema de pocos componentes sólidos o de una muestra pequeña del mismo. Por ejemplo las frutas defectuosas de las sanas en un sector de encajonado.

**Tamización:** Es un método utilizado para separar dos fases sólidas con particulado de diferente tamaño mediante un tamiz, criba o cernidor con perforaciones adecuadas para que deje pasar la fase más pequeña y retenga la más grande. Así se separan por ejemplo semillas de diferentes cereales o la arena o la harina.

**Filtración:** Es un método usado para separar un sólido insoluble de un líquido. Consiste en hacer pasar la dispersión por un filtro que retiene las partículas sólidas y deja pasar el líquido. Así se separan por ejemplo las impurezas de la leche en las plantas de pasteurización. En muchos casos se usan filtros prensa, como en la extracción de aceites de oliva o girasol

**Decantación:** Es el método usado para separar dos líquidos no miscibles de diferentes densidades o un sólido insoluble. Consiste simplemente en dejar el sistema en reposo durante un tiempo de modo que la fase más densa se deposita en el fondo y la menos densa queda arriba. Así se separan por ejemplo las impurezas sólidas en los procesos de potabilización de aguas de río.

**Flotación:** Este método se usa para separar minerales finamente divididos que tienen diferentes afinidades por un determinado líquido o gas. Consiste en hacer burbujear un gas en la masa barrosa que contiene a la dispersión y un agente que genere espuma. La espuma arrastra hacia la superficie las partículas de una de las fases y deja en el fondo a las otras. Se utiliza especialmente en la concentración de determinados minerales livianos como los sulfuros de cobre o de hierro en la industria metalúrgica.

**Centrifugado:** Se utiliza para separar líquidos no miscibles o un sólido de un líquido. Consiste en someter al sistema a la acción de una máquina centrífuga que acelera la decantación, enviando la fase más densa hacia el exterior del círculo de giro mientras que la menos densa queda en el interior. Así separa la crema de la leche en la industria láctea o algunos componentes de la sangre en un laboratorio bioquímico.

**Imantación:** Es un método para separar partículas de hierro de un sistema. Consiste en hacer pasar el sistema (generalmente sólido) por unas zarandas imantadas o desplazar un imán por la superficie del sistema de modo que retenga las partículas de hierro. Se utiliza en la limpieza de cereales que han sido maquinados y arrastran partículas de hierro de las máquinas de tratamiento o acarreo.

**Destilación:** Usado para fraccionar soluciones de dos líquidos o de un líquido que se quiere separar de sus sólidos disueltos. Consiste en someter al sistema a la acción del calor hasta que el componente de menor punto de ebullición comience a hervir; sus vapores son conducidos a un refrigerante que los vuelve a condensar. Los dispositivos utilizados para este proceso reciben el nombre de destiladores o alambiques. Por este proceso se obtiene el agua destilada y se concentra el alcohol para las bebidas alcohólicas.

**Destilación fraccionada:** Es un método basado en el mismo principio que el anterior pero es más efectivo cuando el sistema es una solución de varios líquidos de puntos de ebullición cercanos. Se calienta la solución en una torre de fraccionamiento que suele ser muy alta y cuenta a distintas alturas con platillos o sistemas de recolección de lluvias. Los vapores ascienden por la columna pero se van enfriando, se condensan y caen como lluvia que vuelve a calentarse, evaporarse y subir. Al cabo de un tiempo la columna entra en régimen, es decir que comienzan a concentrarse a distintas alturas los vapores de los componentes cuyo punto de ebullición es cercano a la temperatura de ese lugar y entonces son recogidos por los platillos o tubos de recolección que los sacan fuera de la columna. Por este proceso se destila el petróleo para separarlo en sus componentes comerciales más conocidos.

**Cristalización:** Se usa para separar sólidos cristalizables de sus soluciones líquidas. Se concentra la solución por evaporación de una parte del solvente y luego se deja en reposo para que se formen los cristales que se separan. De esta forma se separa el azúcar de caña de sus jarabes iniciales.

**Cromatografía:** Se utiliza para separar los componentes de una solución compleja, que no se pueden separar por otros métodos. Está basado en el fenómeno de capilaridad de los líquidos que trepan a distintas velocidades por los tubos capilares o poros de materiales absorbentes de modo que al cabo de un tiempo se han separados en franjas más o menos alejadas del punto de absorción. Se utiliza mucho en investigación científica sobre todo cuando la proporción de sustancias disueltas es muy baja, como en los análisis de orina que se realizan en los exámenes antidoping.

## EL LENGUAJE DE LA QUIMICA Y LA TABLA PERIÓDICA

Así como utilizamos nuestro abecedario (que contiene 29 letras) para formar todas las palabras que existen, en Química se utilizan los **símbolos químicos** para nombrar sustancias. Los símbolos químicos representan los distintos **elementos**

**químicos.** Por ejemplo: el elemento carbono se representa con el símbolo "C", el hidrógeno con el símbolo "H", etc. En la Figura 12 puedes observar un arreglo de los elementos químicos conocidos que se denomina **Tabla Periódica**.

Muchos elementos tienen notables similitudes entre sí. El litio (Li), el sodio (Na) y el potasio (K) son metales blandos muy reactivos mientras que el helio (He), neón (Ne) y argón (Ar) son gases poco reactivos. Si disponemos los elementos en orden de Z creciente, donde Z es el número atómico o cantidad de protones en el núcleo, vemos que sus propiedades físicas y químicas exhiben un patrón repetitivo o periódico (Brown et al., 1998).

Aquellos elementos ubicados en una columna poseen propiedades similares y a cada una de las columnas se la conoce como **grupo**. Cada fila de la tabla se la denomina **período**. Hay diferentes designaciones para los grupos, una los numera desde el 1 al 18 mientras que la otra usa números romanos.

Metales Alcalinos		Metales de Transición										Familia del B	Familia del C	Familia del N	Calcógenos	Halógenos	Gases Nobles
IA (1)	IIA (2)	IIIB (3)	IVB (4)	VB (5)	VIB (6)	VII B (7)	VIII B (8, 9, 10)			IB (11)	IIB (12)	IIIA (13)	IVA (14)	VA (15)	VIA (16)	VIIA (17)	VIIIA (18)
1 H												5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3 Li	4 Be											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
11 Na	12 Mg		22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
19 K	20 Ca	21 Sc	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
37 Rb	38 Sr	39 Y	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
55 Cs	56 Ba	57 La	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt									
87 Fr	88 Ra	89 Ac															
Lantánidos *		58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu		
Actínidos †		90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr		

**Figura 12:** Tabla periódica de los elementos, se muestran con colores diferentes los metales, no metales y metaloides. También se indican el nombre de los principales grupos.

Los elementos situados sobre el lado izquierdo y en la parte media de la tabla (exceptuando el H) son **metales** que se caracterizan por su brillo propio, maleabilidad, ductilidad, alta conductividad térmica y eléctrica. Sobre el lado derecho de la tabla se encuentran los **no-metales** caracterizados por su baja conductividad (excepto el grafito), buenos aislantes del calor y fragilidad en el estado sólido. Estas dos zonas quedan separadas por la línea diagonal junto a la cual se encuentran los **metaloides** con propiedades intermedias entre metales y no metales.

En general la mayoría de los metales son sólidos brillantes, dúctiles, buenos conductores del calor y la electricidad. El carácter metálico de los elementos aumenta hacia la izquierda y hacia abajo en la tabla periódica.

Los no metales no son brillantes ni maleables ni dúctiles y no conducen ni el calor ni la electricidad. Por lo general tienen puntos de fusión bajos y muchos son gaseosos a temperatura ambiente.

Los metaloides son elementos que muestran propiedades típicas tanto de los metales como de los no metales. Son mejores conductores del calor y la electricidad que los no metales pero no tanto como los metales. En la tabla periódica, los metaloides (B, Si, Ge, As, Sb, Te, Po y At) se ubican en la línea gruesa que separa los metales de los no metales.

# TABLA PERIÓDICA DE LOS ELEMENTOS

<http://www.periodni.com/es/>

PERIODO	GRUPO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
		IA	IIA	GRUPO IUPAC										IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA	
1		1.0079 <b>H</b> HIDRÓGENO																		4.0026 <b>He</b> HELIO
2		6.941 <b>Li</b> LITIO	9.0122 <b>Be</b> BERILIO											10.811 <b>B</b> BORO	12.011 <b>C</b> CARBONO	14.007 <b>N</b> NITRÓGENO	15.999 <b>O</b> OXÍGENO	18.998 <b>F</b> FLÚOR	20.180 <b>Ne</b> NEÓN	
3		22.990 <b>Na</b> SODIO	24.305 <b>Mg</b> MAGNESIO											26.982 <b>Al</b> ALUMINIO	28.086 <b>Si</b> SILICIO	30.974 <b>P</b> FÓSFORO	32.065 <b>S</b> AZUFRE	35.453 <b>Cl</b> CLORO	39.948 <b>Ar</b> ARGÓN	
4		39.098 <b>K</b> POTASIO	40.078 <b>Ca</b> CALCIO	44.956 <b>Sc</b> ESCANDIO	47.867 <b>Ti</b> TITANIO	50.942 <b>V</b> VANADIO	51.996 <b>Cr</b> CROMO	54.938 <b>Mn</b> MANGANESO	55.845 <b>Fe</b> HIERRO	58.933 <b>Co</b> COBALTO	58.693 <b>Ni</b> NIQUEL	63.546 <b>Cu</b> COBRE	65.38 <b>Zn</b> CINC	69.723 <b>Ga</b> GALIO	72.64 <b>Ge</b> GERMANIO	74.922 <b>As</b> ARSÉNICO	78.96 <b>Se</b> SELENIO	79.904 <b>Br</b> BROMO	83.798 <b>Kr</b> KRIPTÓN	
5		85.468 <b>Rb</b> RUBIDIO	87.62 <b>Sr</b> ESTRONCIO	88.906 <b>Y</b> YTRIO	91.224 <b>Zr</b> CIRCONIO	92.906 <b>Nb</b> NIOBIO	95.96 <b>Mo</b> MOLIBDENO	(98) <b>Tc</b> TECNECIO	101.07 <b>Ru</b> RUTENIO	102.91 <b>Rh</b> RODIO	106.42 <b>Pd</b> PALADIO	107.87 <b>Ag</b> PLATA	112.41 <b>Cd</b> CADMIO	114.82 <b>In</b> INDIO	118.71 <b>Sn</b> ESTAÑO	121.76 <b>Sb</b> ANTIMONIO	127.60 <b>Te</b> TELURO	126.90 <b>I</b> YODO	131.29 <b>Xe</b> XENÓN	
6		132.91 <b>Cs</b> CESIO	137.33 <b>Ba</b> BARIO	57-71 <b>La-Lu</b> Lantánidos	178.49 <b>Hf</b> HAFNIO	180.95 <b>Ta</b> TÁNTALO	183.84 <b>W</b> WOLFRAMIO	186.21 <b>Re</b> RENIIO	190.23 <b>Os</b> OSMIO	192.22 <b>Ir</b> IRIDIO	195.08 <b>Pt</b> PLATINO	196.97 <b>Au</b> ORO	200.59 <b>Hg</b> MERCURIO	204.38 <b>Tl</b> TALIO	207.2 <b>Pb</b> PLOMO	208.98 <b>Bi</b> BISMUTO	(209) <b>Po</b> POLONIO	(210) <b>At</b> ASTATO	(222) <b>Rn</b> RADÓN	
7		(223) <b>Fr</b> FRANCIO	(226) <b>Ra</b> RADIO	89-103 <b>Ac-Lr</b> Actínidos	(267) <b>Rf</b> RUTHERFORDIO	(268) <b>Db</b> DUBNIO	(271) <b>Sg</b> SEABORGIO	(272) <b>Bh</b> BOHRIO	(277) <b>Hs</b> HASSIO	(276) <b>Mt</b> MEITNERIO	(281) <b>Ds</b> DARMSTADTIO	(280) <b>Rg</b> ROENTGENIO	(285) <b>Cn</b> COPERNICIO	(...) <b>Uut</b> UNUNTRIO	(287) <b>Fl</b> FLEROVIO	(...) <b>Uup</b> UNUNPENTIO	(291) <b>Lv</b> LIVERMORIO	(...) <b>Uus</b> UNUNSEPTIO	(...) <b>Uuo</b> UNUNOCTIO	

MASA ATÓMICA RELATIVA (1)

GRUPO IUPAC

NÚMERO ATÓMICO

SÍMBOLO

NOMBRE DEL ELEMENTO

ESTADO DE AGREGACIÓN (25 °C)

Ne - gaseoso Fe - sólido  
Hg - líquido Tc - sintético

Metales Semimetales No metales

Metales alcalinos Metales alcalinoterreos Elementos de transición Lantánidos Actínidos

Anfígenos Halógenos Gases nobles

Copyright © 2012 Eni Generali

## LANTÁNIDOS

57 138.91 <b>La</b> LANTANO	58 140.12 <b>Ce</b> CERIO	59 140.91 <b>Pr</b> PRASEODIMIO	60 144.24 <b>Nd</b> NEODIMIO	61 (145) <b>Pm</b> PROMETIO	62 150.36 <b>Sm</b> SAMARIO	63 151.96 <b>Eu</b> EUROPIO	64 157.25 <b>Gd</b> GADOLINIO	65 158.93 <b>Tb</b> TERBIO	66 162.50 <b>Dy</b> DISPROSIO	67 164.93 <b>Ho</b> HOLMIO	68 167.26 <b>Er</b> ERBIO	69 168.93 <b>Tm</b> TULIO	70 173.05 <b>Yb</b> YTERBIO	71 174.97 <b>Lu</b> LUTECIO
-----------------------------------	---------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------

## ACTÍNIDOS

89 (227) <b>Ac</b> ACTINIO	90 232.04 <b>Th</b> TORIO	91 231.04 <b>Pa</b> PROTACTINIO	92 238.03 <b>U</b> URANIO	93 (237) <b>Np</b> NEPTUNIO	94 (244) <b>Pu</b> PLUTONIO	95 (243) <b>Am</b> AMERICIO	96 (247) <b>Cm</b> CURIO	97 (247) <b>Bk</b> BERKELIO	98 (251) <b>Cf</b> CALIFORNIO	99 (252) <b>Es</b> EINSTEINIO	100 (257) <b>Fm</b> FERMIO	101 (258) <b>Md</b> MENDELEVIO	102 (259) <b>No</b> NOBELIO	103 (262) <b>Lr</b> LAWRENCIO
----------------------------------	---------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	--------------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

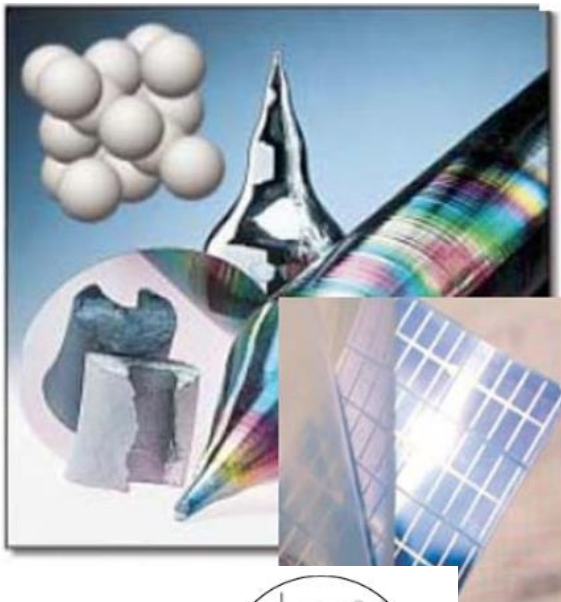
(1) Pure Appl. Chem., 81, No. 11, 2131-2156 (2009)  
Las masas atómicas relativas se expresada con cinco cifras significativas. El elemento no tiene núcleos estables. El valor encerrado en paréntesis, por ejemplo [209], indica el número de masa de más larga vida del elemento. Sin embargo tres de tales elementos (Th, Pa y U) tienen una composición isotópica terrestre característica, y para estos es tabulado un peso atómico.

La Figura 13a muestra un trozo de Na metálico y su estructura cúbica centrada en el cuerpo. Es un elemento del grupo I (metales alcalinos). Dada su baja dureza puede ser cortado fácilmente. Tanto el Na como el K son altamente reactivos y la Figura 13b muestra una violenta reacción con el agua.



Figura 13 a

Figuras 13b

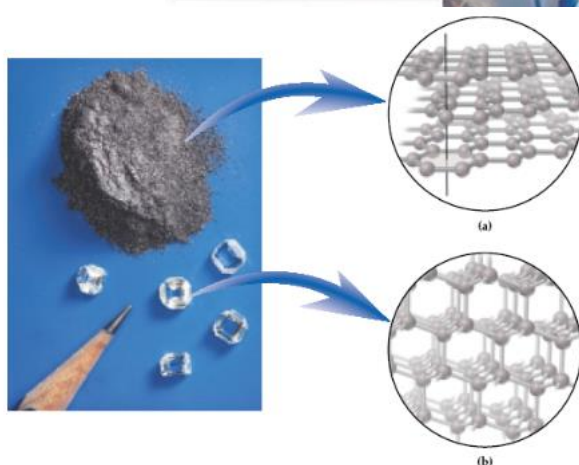


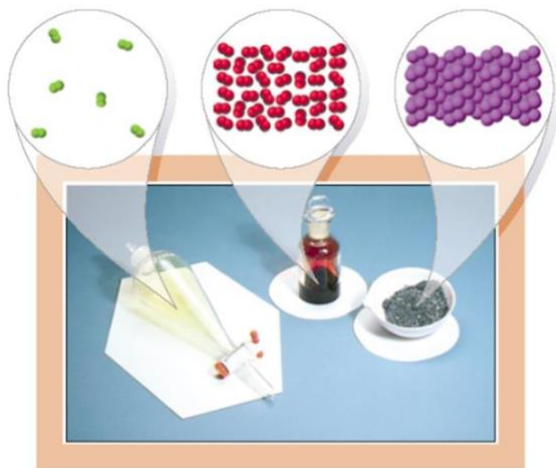
La Figura 14 muestra Si puro, un metaloide del grupo IV A. Es usado en celdas fotovoltaicas que pueden convertir la energía solar en electricidad. De acuerdo a su contenido de impurezas el silicio puede ser: **grado metalúrgico** (GM) empleado para elaborar aceros resistentes a la corrosión o **grado electrónico** (GE) para componentes electrónicos como los "chips" de computadoras. En este último caso el Si debe ser de muy alta pureza.

Figura 14

Figura 15

La Figura 15 muestra grafito y diamante, ambos constituidos por átomos de carbono (no metal del grupo IVA). Sus diferencias en sus aspectos y propiedades están determinadas por la forma en que se unen los átomos de C. (a) Estructura del grafito, es frágil, lubricante y buen conductor de electricidad. (b) Estructura del diamante que es un sólido duro y transparente. Se utiliza como abrasivo y en herramientas de corte.





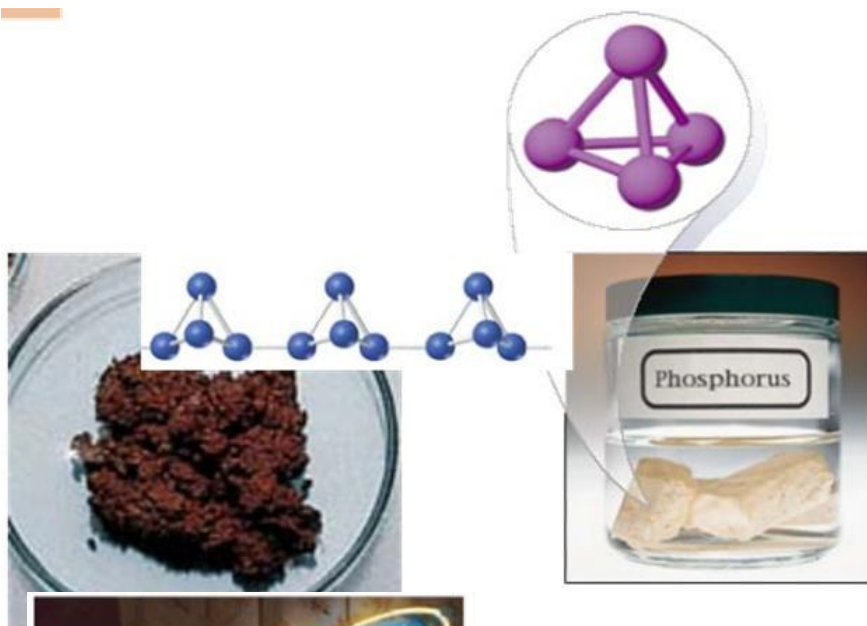
En la Figura 16 se muestran tres elementos no metálicos del grupo VII A cloro, bromo y yodo. En condiciones de temperatura y presión ambiente como se muestra a nivel microscópico el primero es gaseoso, el bromo es líquido mientras que el yodo es sólido. Algunos usos de sus derivados son:

Cloro: plásticos, solventes, desinfectantes.

Bromo: sales de fotografía, pesticidas.

Iodo: agentes farmacéuticos

Figura 16



La Figura 17 muestra fósforo blanco y fósforo rojo. El P es un no metal del grupo VA. El primero es muy reactivo con aire por lo que debe guardarse en agua. Cada molécula tiene cuatro átomos de fósforo es decir P<sub>4</sub>. El segundo es más estable por su estructura.

Figura 17



La Figura 18 muestra el elemento neón (Ne) perteneciente al grupo 8 formado por átomos individuales. Es un gas incoloro cuya luz emitida de color rojo-anaranjado hace que se emplee en tubos de neón para publicidad. Cuando el neón se encuentra en estado líquido tiene aplicaciones como refrigerante.

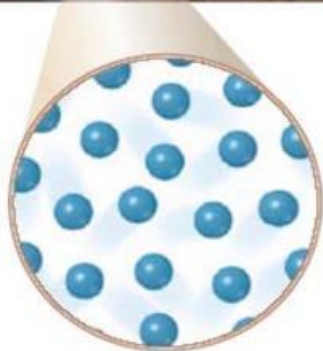


Figura 18

Otra propiedad de cada elemento químico es la **electronegatividad** que se define como la "capacidad de un átomo en una molécula para atraer electrones hacia sí mismo". Es decir, estamos hablando de una propiedad de los átomos enlazados y mientras mayor sea la electronegatividad de un átomo mayor será su capacidad para atraer electrones del enlace.

La Figura 19 muestra los valores de electronegatividad de Pauling. El elemento más electronegativo con una electronegatividad de 4.0 es el Flúor (F) mientras que el menos electronegativo con un valor de 0.7 es el cesio (Cs). En general, a lo largo de cada periodo hay un aumento continuo de la electronegatividad de izquierda a derecha, es decir desde los elementos con carácter metálico a los no-metálicos.

1A		2A												3A	4A	5A	6A	7A
Li	Be											B	C	N	O	F		
1.0	1.5											2.0	2.5	3.0	3.5	4.0		
Na	Mg	3B	4B	5B	6B	7B	8B			1B	2B	Al	Si	P	S	Cl		
0.9	1.2											1.5	1.8	2.1	2.5	3.0		
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br		
0.8	1.0	1.3	1.5	1.6	1.6	1.5	1.8	1.8	1.8	1.9	1.6	1.6	1.8	2.0	2.4	2.8		
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I		
0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	1.9	2.2	2.2	2.2	1.9	1.7	1.7	1.8	1.9	2.1	2.5		
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At		
0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9	2.2	2.2	2.2	2.4	1.9	1.8	1.8	1.9	2.0	2.2		

<span style="background-color: #90EE90; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> <1.0	<span style="background-color: #E0E0E0; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> 1.5-1.9	<span style="background-color: #FFDAB9; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> 2.5-2.9
<span style="background-color: #90EE90; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> 1.0-1.4	<span style="background-color: #ADD8E6; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> 2.0-2.4	<span style="background-color: #FFA07A; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> 3.0-4.0

Figura 19: Tabla de electronegatividades de Pauling.



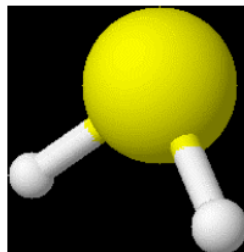
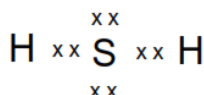
## NUMERO DE OXIDACION

El número de oxidación de un elemento surge de "repartir" entre los distintos átomos de un compuesto los electrones que forman los enlaces. Dado un determinado compuesto, se asignan los electrones que forman cada unión entre dos átomos, al más electronegativo de los dos, y luego, finalizado el "reparto" se compara el número de electrones totales que "le queda" de esta manera a cada átomo en su capa de valencia, con el número que posee en dicha capa cuando se encuentra en estado elemental, es decir no combinado, condición ésta, a la que le corresponde número de oxidación 0. De este balance surge un número de oxidación positivo si al átomo combinado le corresponden menos electrones de valencia que en estado libre; mientras que si ha ganado electrones, se le asigna número de oxidación negativo, y su valor está dado por el número de electrones de diferencia. Cabe aclarar que en el caso de los compuestos iónicos, este "reparto" no es arbitrario, sino que hay una verdadera transferencia de electrones (Martínez y Donati, 1999).

EJEMPLOS: Determinaremos los números de oxidación de los elementos que forman los siguientes compuestos:  $\text{H}_2\text{S}$ ,  $\text{SO}_2$ ,  $\text{SO}_3$ . En todos los casos se representará la estructura de Lewis y su geometría molecular.

### a) $\text{H}_2\text{S}$ (sulfuro de hidrógeno)

Para visualizar los electrones de enlace, representaremos la estructura de Lewis teniendo en cuenta el número de electrones de valencia del azufre (6) y del hidrógeno (1).



Dado que el azufre es más electronegativo que el hidrógeno, le asignaremos 4 electrones de ambas uniones, de modo que le corresponde 8 electrones, mientras que a cada hidrógeno no le corresponde ninguno. Ahora, comparando con los que posee cada átomo de azufre (6) "ha ganado" dos electrones. Cada átomo de hidrógeno "ha perdido" uno. Al azufre le corresponde un número de oxidación de -2 y a cada hidrógeno +1.

Como no puede haber pérdida ni ganancia neta de electrones, la suma algebraica de los números de oxidación en un compuesto neutro debe ser igual a cero, para nuestro ejemplo:

$$-2 + 2(+1) = 0.$$



- 5) El **hidrógeno** (H) combinado, generalmente posee número de oxidación **+1**, excepto en los **hidruros metálicos** (NaH, CaH<sub>2</sub>... etc) en los que le corresponde un número de oxidación de **-1**.
- 6) El **oxígeno** (O) generalmente posee número de oxidación **-2** como en H<sub>2</sub>O, MgO. Entre las excepciones se encuentran:
  - a. En **peróxidos** tales como H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (peróxido de hidrógeno), Na<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (peróxido de sodio) donde el número de oxidación es **-1**.
  - b. En **superóxidos** como NaO<sub>2</sub>, CaO<sub>4</sub> el número de oxidación es **-1/2**. El número de oxidación no tiene por qué ser entero.
  - c. En óxidos combinado con el **F** como OF<sub>2</sub> donde el número de oxidación es **+2**.
- 7) Los **metales alcalinos** (grupo IA) tienen número de oxidación **+1** y los **metales alcalinos térreos** (grupo IIA) número de oxidación **+2**.
- 8) Otros elementos que siempre actúan con el mismo número de oxidación son: Al (+3), B (+3), Ag (+1), Zn (+2), y el Cd (+2).
- 9) El flúor (F) sólo presenta número de oxidación **-1**. Los otros halógenos (Cl, Br, I) tienen carga negativa cuando se encuentran como halogenuros. Cuando están combinados con oxígeno tienen números de oxidación positivos.

En la Figura 20 se muestra los números de oxidación de los elementos distribuidos de acuerdo con su posición en la Tabla Periódica, aquellos que aparecen en letra negrita son los más comunes.

### **Ejemplos**

Utilizando las reglas anteriores calculamos el número de oxidación del elemento central en las siguientes especies:

a) H<sub>2</sub>SO<sub>3</sub> (ácido sulfuroso)

Aplicamos las reglas 2, 5 y 6.

(nº de oxid. del azufre) + 3. (nº de oxid. del oxígeno) + 2. (nº de oxid. del hidrógeno) = 0

nº de oxidación del azufre + 3. (-2) + 2. (+1) = 0

nº de oxid. del azufre = 6 - 2 = + 4

b) CO<sub>3</sub><sup>2-</sup> (ión carbonato)

Aplicaremos las reglas 4 y 6.

nº de oxid. del carbono + 3 .(-2) = -2

nº de oxid. del carbono = -2 + 6 = +4

c) MnO<sub>4</sub><sup>-</sup> (ión permanganato)

(nº de oxid. del manganeso) + 4 . (-2) = -1

nº de oxid. del manganeso = -1 + 8 = +7

d)  $\text{SO}_4^{2-}$  (ión sulfato)

Aplicaremos las reglas 4 y 6.

$$\text{n}^\circ \text{ de oxid. del azufre} + 4 \cdot (-2) = -2$$

$$\text{n}^\circ \text{ de oxid. del azufre} = -2 + 8 = +6$$

e)  $\text{AlH}_3$  (hidruro de aluminio)

Aplicaremos las reglas 2 y 5

$$\text{n}^\circ \text{ de oxid. del aluminio} + 3 \cdot (-1) = 0$$

$$\text{n}^\circ \text{ de oxid. del aluminio} = +3$$

Figura 20: Número de oxidación de los elementos

IA																	VIIIA
H +1 -1	IIA											IIIA	IV A	VA	VI A	VII A	He
Li +1	Be +2											B +3	C +4 +2 -4	N +5 +4 +3 +2 +1 -3	O +2 -½ -1 -2	F -1	Ne
Na +1	Mg +2											Al +3	Si +4 -4	P +5 +3 -3	S +6 +4 +2 -2	Cl +7 +5 +3 +1 -1	Ar
		IIIB	IVB	VB	VIB	VII B	VIII B	VIII B	VIII B	IB	IIB						
K +1	Ca +2	Sc +3	Ti +4 +3 +2	V +5 +4 +3 +2	Cr +6 +5 +4 +3 +2	Mn +7 +6 +4 +3 +2	Fe +3 +2	Co +3 +2	Ni +2 +3	Cu +2 +1	Zn +2	Ga +3	Ge +4 -4	As +5 +3 -3	Se +6 +4 -2	Br +7 +5 +3 +1 -1	Kr +4 +2
Rb +1	Sr +2	Y +3	Zr +4	Nb +5 +4	Mo +6 +4 +3	Tc +7 +6 +4	Ru +8 +6 +4 +3	Rh +4 +3 +2	Pd +4 +2	Ag +1	Cd +2	In +3	Sn +4 +2	Sb +5 +3 -3	Te +6 +4 -2	I +7 +5 +3 +1 -1	Xe +6 +4 +2
Cs +1	Ba +2	La +3	Hf +4	Ta +5	W +6 +4	Re +7 +6 +4	Os +8 +4	Ir +4 +3	Pt +4 +2	Au +3 +1	Hg +2 +1	Tl +3 +1	Pb +4 +2	Bi +5 +3	Po +2	At -1	Rn

# FORMULACION Y NOMENCLATURA DE COMPUESTOS INORGANICOS

La mejor forma de representar una sustancia química es mediante un modelo tridimensional que muestre el ordenamiento de los átomos en el espacio y sus tamaños relativos, como vimos con anterioridad. Pero esto no puede llevarse a cabo cada vez que uno quiere representar un compuesto, es por ello que se recurre a la Nomenclatura Química. De este modo representamos elementos y sustancias químicas a través de símbolos (tales como K: potasio) o fórmulas (tales como  $\text{CaCO}_3$ , carbonato de calcio) con sus nombres correspondientes.

La IUPAC (Unión Internacional de Química Pura y Aplicada) establece las reglas a aplicar en la formulación y nomenclatura de compuestos.

A fin de facilitar su estudio, clasificamos los compuestos químicos de acuerdo, al número de elementos constituyentes en: 1) Binarios, 2) Ternarios, 3) Cuaternarios y 4) De cinco o más elementos.

## 1. COMPUESTOS BINARIOS

Son los compuestos químicos formados por dos elementos diferentes. De acuerdo a su función inorgánica encontramos a los siguientes compuestos químicos:

### HIDRUROS

- a) Metálicos
- b) No metálicos (Hidracidos)

### OXIDOS

- a) Básicos
- b) Ácidos

### SALES DE HIDRACIDOS

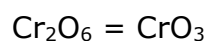
#### Mecánica del proceso de formulación:

Uno de los elementos actuará con número de oxidación negativo y el otro lo hará con número de oxidación positivo, combinados en relación numérica tal que la suma sea igual a cero. Esto se logra mediante la intervención de tantos átomos de cada uno de los elementos como número de oxidación posea el otro; es decir, en la fórmula se coloca como subíndice de cada símbolo el número de oxidación del otro elemento, escribiendo en primer término, el símbolo del que actúa con número de oxidación positivo. Si los subíndices son iguales o múltiplos entre sí, se simplifican a la mínima expresión.

Ejemplo: Escribir las fórmulas de los siguientes compuestos binarios utilizando los números de oxidación que se encuentran entre paréntesis.

- |                                  |                      |
|----------------------------------|----------------------|
| a) Hidrógeno (-1) con Litio (+1) | LiH                  |
| b) Hidrógeno (+1) con Bromo (-1) | HBr                  |
| c) Potasio (+1) con Oxígeno (-2) | $\text{K}_2\text{O}$ |

d) Cromo (+6) con Oxígeno (-2)



## 1.1. HIDRUROS

### 1.1.1. HIDRUROS METALICOS

Son compuestos químicos constituidos por el hidrógeno y un metal, generalmente perteneciente a los grupos IA o IIA. El hidrógeno posee en estos compuestos número de oxidación -1, siendo el más electronegativo del compuesto.

*Nomenclatura:* Se nombran "hidruros de" y el nombre del metal correspondiente.

Ejemplo: Compuesto	Nombre
BaH <sub>2</sub>	Hidruro de bario

### 1.1.2. HIDRUROS NO METALICOS (HIDRACIDOS)

Son compuestos químicos que resultan de la combinación de no metales de los grupos VIA y VIIA (actuando con número de oxidación negativo) y el hidrógeno, actuando éste con número de oxidación +1. Estos compuestos en estado natural son gaseosos pero al disolverse en agua manifiestan propiedades ácidas denominándoselos HIDRACIDOS.

*Nomenclatura:* A los hidrácidos se los nombra anteponiendo la palabra "ácido" seguido del nombre del no metal con la terminación "hídrico".

En estado gaseoso, se nombra el no metal terminado en "uro", seguido de la palabra genérica "hidrógeno".

Ejemplos

Compuesto	En solución acuosa	En estado gaseoso
HF	Ácido fluorhídrico	Fluoruro de hidrógeno
HCN	Ácido cianhídrico	Cianuro de hidrógeno
HI	Ácido yodhídrico	Yoduro de hidrógeno
H <sub>2</sub> S	Ácido sulfhídrico	Sulfuro de hidrógeno
HCl	Ácido clorhídrico	Cloruro de hidrógeno
HBr	Ácido bromhídrico	Bromuro de hidrógeno

Existen compuestos como el **agua** (H<sub>2</sub>O) y el **amoníaco** (NH<sub>3</sub>), que no se nombran mediante sistema alguno, sino que poseen nombres propios.

## 1.2. OXIDOS

### 1.2.1. OXIDOS BASICOS

Estos compuestos químicos están constituidos por un metal (con número de oxidación positivo) y el oxígeno (con número de oxidación -2).

*Nomenclatura:*

- **Clásica:** los nombra "óxidos de" y el nombre del metal. Si éste posee más de un número de oxidación se le agrega la terminación "oso" o "ico" según actúe con su menor o mayor número de oxidación respectivamente.
- **Moderna: Por numerales de Stock:** se indica el número de oxidación del metal, mediante un número romano colocado entre paréntesis. Si el metal tiene un único número de oxidación no se escribe tal número de oxidación.

### Ejemplos

Compuesto	Nomenclatura Clásica	Nomenclatura Stock
PbO	Óxido plumboso	Óxido de plomo (II)
PbO <sub>2</sub>	Óxido plúmbico	Óxido de plomo (III)
Cu <sub>2</sub> O	Óxido cuproso	Óxido de cobre (I)
CuO	Óxido cúprico	Óxido de cobre (II)
MgO	Óxido de magnesio	Óxido de magnesio

Metales como Fe y Cu tienen un número de oxidación superior y uno inferior. Con una cantidad limitada de O<sub>2</sub> dan el óxido con estado de oxidación inferior (ej. FeO y Cu<sub>2</sub>O). Cuando existe un exceso de O<sub>2</sub> dan los óxidos con estado de oxidación superior (ej. Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> y CuO). La Figura 21 muestra cuando polvo de hierro arde brillantemente para formar óxido de hierro (III). Este óxido es de color rojizo y se encuentra en la "herrumbre" cuando un objeto de hierro se oxida en presencia de aire.

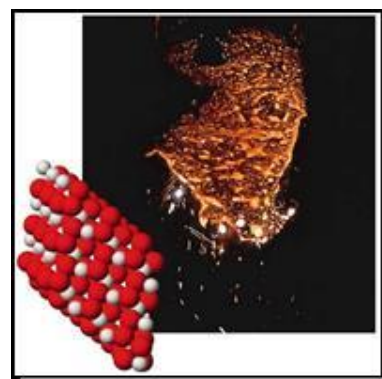


Figura 21

### 1.2.2. OXIDOS ACIDOS

Surgen de la combinación del oxígeno con un no metal. El oxígeno posee número de oxidación -2 y el no metal tiene, en estos compuestos, número de oxidación positivo.

*Nomenclatura:* Se utilizan las mismas nomenclaturas mencionados en óxidos básicos, sólo que en la nomenclatura clásica se reemplaza la palabra "óxido" por "anhídrido".

### Ejemplos

Compuesto	Nomenclatura Clásica	Nomenclatura Stock
SO <sub>2</sub>	Anhídrido sulfuroso	Óxido de azufre (IV)
SO <sub>3</sub>	Anhídrido sulfúrico	Óxido de azufre (VI)

Los halógenos poseen cuatro números de oxidación positivos: +1; +3; +5; +7. En estos casos, la nomenclatura clásica aplica los sufijos "oso" e "ico" a los números intermedios (+3; +5) y los estados extremos se indican agregando un

prefijo para cada caso: "**hipo**" cuando se trata del mínimo (+1) y "**per**", cuando actúan con el máximo (+7).

Ejemplos

Número de oxidación	Fórmula	Nomenclatura Clásica	Nomenclatura Stock
+1	Br <sub>2</sub> O	Anhídrido hipobromoso	Óxido de bromo (I)
+3	Br <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Anhídrido bromoso	Óxido de bromo (III)
+5	Br <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Anhídrido brómico	Óxido de bromo (V)
+7	Br <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	Anhídrido perbrómico	Óxido de bromo (VII)

### 1.3. SALES DE HIDRACIDO

Son compuestos químicos que se obtienen al sustituir el hidrógeno de un hidrácido por un metal.

Ejemplos

Hidrácido	Número de oxidación del No Metal	Metal	Sal de hidrácido
HCl	(-1)	Ba (+2)	BaCl <sub>2</sub>
HF	(-1)	Cu (+1)	CuF
HF	(-1)	Cu (+2)	CuF <sub>2</sub>

*Nomenclatura:*

- **Clásica:** Se nombran como el hidrácido del cual derivan, es decir, agregando el sufijo "**uro**" a la raíz del no metal.
- **Numerales de Stock:** si el metal tiene un único número de oxidación no es necesario indicarlo.

Ejemplos

Compuesto	Nomenclatura Clásica	Nomenclatura Stock
CaBr <sub>2</sub>	Bromuro de calcio	Bromuro de calcio
LiF	Fluoruro de litio	Fluoruro de litio
FeCl <sub>3</sub>	Cloruro férrico	Cloruro de hierro (III)

## 2. COMPUESTOS TERNARIOS

Reciben este nombre los compuestos formados por tres elementos y de acuerdo a su función inorgánica se denominan como:

**HIDROXIDOS**

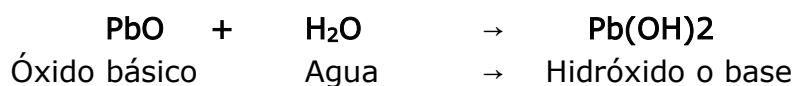
**OXOACIDOS**

**OXOXALES**



## 2.1. HIDROXIDOS

Son los compuestos constituidos por un catión metálico y tantas agrupaciones OH<sup>-</sup> (ión hidróxido u oxhidrilo) como el número de oxidación del metal. Pueden representarse por la fórmula general **Me(OH)<sub>x</sub>**, en la que Me simboliza el metal y "x" su número de oxidación. Su formación siempre puede imaginarse por el agregado de agua al óxido básico respectivo.



*Nomenclatura:* Se los denomina "**hidróxidos de**" y el nombre del metal. Cuando es necesario aclarar el número de oxidación del metal, la nomenclatura clásica utiliza, como hemos visto los sufijos "oso" e "ico", en tanto la nomenclatura moderna hace uso de los numerales de Stock.

Ejemplos

Compuesto	Nomenclatura Clásica	Nomenclatura Stock
Ni(OH) <sub>2</sub>	Hidróxido níqueloso	Hidróxido de níquel (II)
Ni(OH) <sub>3</sub>	Hidróxido níquelico	Hidróxido de níquel (III)
Zn(OH) <sub>2</sub>	Hidróxido de zinc	Hidróxido de zinc

## 2.2. ÁCIDOS OXIGENADOS U OXOACIDOS

Son compuestos de fórmula general  $H_xMO_y$  donde M simboliza el elemento central y es normalmente un no metal aunque también puede ser un metal de transición con número de oxidación elevado como el  $Cr^{+6}$ ,  $Mn^{+6}$  o  $Mn^{+7}$ . Dicho elemento central (al que se le asigna un número de oxidación positivo) se encuentra combinado con oxígeno e hidrógeno.

### Nomenclatura:

- **Clásica:** Si el elemento posee más de un número de oxidación es necesario emplear **prefijos** y **sufijos**. Así se presentarán las siguientes posibilidades:
  1. Número de oxidación inferior: se agrega al nombre del elemento central el prefijo "hipo" y el sufijo "oso" a la terminación.
  2. Número de oxidación bajo: se agrega el sufijo "oso" al nombre del elemento central.
  3. Número de oxidación alto: se añade el sufijo "ico" al nombre del elemento central.
  4. Número de oxidación superior: se añade el prefijo "per" al nombre del elemento central y el sufijo "ico" a la terminación.
- **Moderna:** Por el Sistema de Stock se nombra el átomo central, con terminación "ato", entre paréntesis con números romanos se indica su número de oxidación y por último, se nombra el hidrógeno.

Ejemplos:

Ácido	Nomenclatura Clásica	Nomenclatura Stock
$HNO_2$	Ácido nitroso	Nitrato (III) de hidrógeno
$HNO_3$	Ácido nítrico	Nitrato (V) de hidrógeno

Los halógenos (Cl, Br, I) pueden formar cuatro oxoácidos, según sus números de oxidación positivos:

Número de oxidación	Fórmula	Nomenclatura Clásica
+1	$HBrO$	Ácido hipobromoso
+3	$HBrO_2$	Ácido bromoso
+5	$HBrO_3$	Ácido brómico
+7	$HBrO_4$	Ácido perbrómico

## Formulación:

**Método 1** Un método simple para obtener la fórmula de un oxácido consiste en: dado el elemento central y su número de oxidación (dato que surge del nombre del ácido), se le adicionan tantos oxígenos como sean necesarios para neutralizar y superar la carga del elemento central, recordando que el átomo de oxígeno posee número de oxidación -2. Luego se neutralizan las cargas negativas resultantes agregando tantos átomos de hidrógeno como sean necesarios.

Ejemplo:

Escribir la fórmula del ácido sulfúrico (sulfato (VI) de hidrógeno). De su nombre deducimos que su número de oxidación: + 6.

De modo que partimos con: S (+6) y le asociamos átomos de oxígeno obteniendo sucesivamente: SO (+4); SO<sub>2</sub> (+2); SO<sub>3</sub> (0), SO<sub>4</sub>(-2).

Es decir, han sido necesarios cuatro oxígenos para alcanzar el estado negativo, al que neutralizamos con dos átomos de hidrógeno, logrando así la fórmula correcta: H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>.

**Método 2** Si consideramos que los oxácidos provienen de la reacción química de un óxido ácido y el agua tenemos que:

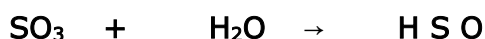


Para obtener la fórmula del ácido sulfúrico se siguen los pasos siguientes:

1. Se escribe la molécula del óxido ácido del cual proviene, - anhídrido sulfúrico u óxido de azufre (VI)- y se le suma una molécula de agua:



2. Se escriben a la derecha, uno al lado del otro, los símbolos de los elementos que intervienen en la reacción:



3. Se colocan como subíndices el número total de átomos que figuran a la izquierda:



4. Se simplifican los subíndices de ser posible.

### 2.2.1. CASOS ESPECIALES

Los óxidos ácidos formados a partir de los elementos Fósforo (P), Arsénico (As), Antimonio (Sb), Boro (B) y Silicio (Si) tienen la particularidad de poder combinarse con más de una molécula de agua para dar los ácidos correspondientes.

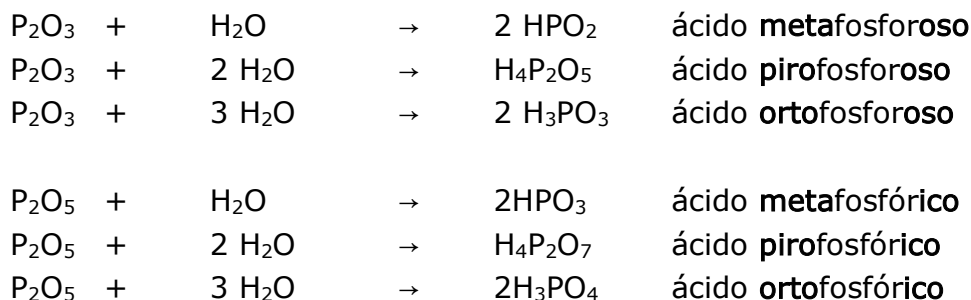
#### FOSFORO, ARSÉNICO, ANTIMONIO

Los óxidos ácidos de estos tres elementos, con números de oxidación +3 y +5, se comportan de manera similar al combinarse con agua para dar lugar a los oxoácidos.

Ejemplo:

El fósforo con número de oxidación +3 forma el anhídrido fosforoso u óxido de fósforo (III),  $P_2O_3$ , y con número de oxidación +5, el anhídrido fosfórico u óxido de fósforo (V).

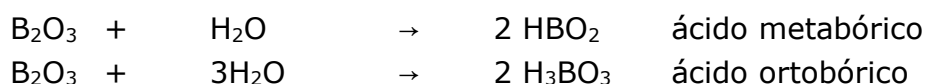
Cada uno de estos óxidos puede reaccionar con una, dos o tres moléculas de agua, produciendo el "meta", "piro", "orto" oxoácido correspondiente, seguido de las terminaciones "oso" o "ico", según se trate del número de oxidación inferior o superior.



De estos ácidos, los más comunes son el **ortofosforoso** y el **ortofosfórico**, y se los denomina directamente **ácido fosforoso** y **ácido fosfórico** respectivamente.

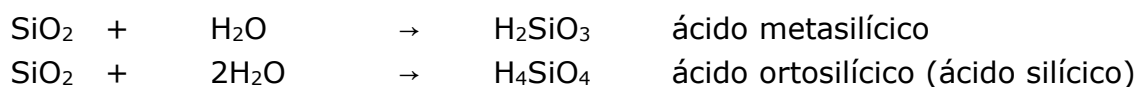
#### BORO

El único número de oxidación del B es (+3). Al combinarse con el oxígeno da un óxido de fórmula  $B_2O_3$ , conocido como anhídrido bórico u óxido de boro (III). El mismo reacciona únicamente con una y con tres moléculas de agua obteniéndose los siguientes oxoácidos:



## SILICIO

El silicio posee número de oxidación (+4), forma el dióxido de silicio, de fórmula  $\text{SiO}_2$ . Por su reacción con una y dos moléculas de agua produce los siguientes ácidos:



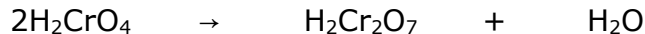
## CROMO

El elemento Cr, situado en el bloque de los elementos de transición en la Tabla Periódica, puede presentar números de oxidación +2, +3, +4 y +6.

- A. Se comporta como metal cuando actúa con números de oxidación +2 y +3, originando los óxidos cromoso ( $\text{CrO}$ ) y crómico ( $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ) respectivamente.
- B. Se comporta como no metal con números de oxidación +4 y +6. No se conocen ácidos con números de oxidación +4 para el cromo.
- C. Con número de oxidación +6 y por su combinación con el oxígeno da un anhídrido crómico u óxido de cromo (VI),  $\text{CrO}_3$ . Cuando este óxido se combina con el agua, se obtiene el ácido crómico:



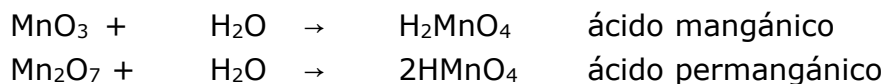
El mismo se descompone por su naturaleza inestable perdiendo una molécula de agua y generando el ácido dicrómico:



## MANGANESO

El elemento Mn, también situado en el bloque de los elementos de transición en la Tabla Periódica, presenta números de oxidación +2, +3, +4, +6 y +7.

- A. Se comporta como metal con número oxidación +2 y +3, formando los óxidos manganeso y mangánico respectivamente.
- B. Se comporta como no metal con números de oxidación +6 y +7, originando dos óxidos ácidos, el anhídrido mangánico y el anhídrido permangánico. Estos al reaccionar con agua forman dos oxoácidos:



- C. Cuando actúa con número de oxidación +4 forma el dióxido de manganeso  $\text{MnO}_2$ , que no forma ácido.

## NITRÓGENO

El nitrógeno forma una variedad de compuestos al reaccionar con el hidrógeno y el oxígeno en los cuales su número de oxidación varía desde  $-3$  hasta  $+5$ , como se muestra en la tabla siguiente.

Ejemplos

Número de oxidación	Fórmula	Compuesto
$-3$	$\text{NH}_3$	Amoníaco
$0$	$\text{N}_2$	Nitrógeno
$+1$	$\text{N}_2\text{O}$	Óxido nitroso ó monóxido de dinitrógeno
$+2$	$\text{NO}$	Óxido nítrico ó monóxido de nitrógeno
$+3$	$\text{N}_2\text{O}_3$	Anhídrido nitroso u óxido de nitrógeno (III)
$+3$	$\text{HNO}_2$	Ácido nitroso
$+4$	$\text{NO}_2$	Dióxido de nitrógeno
$+4$	$\text{N}_2\text{O}_4$	Tetróxido de dinitrógeno
$+5$	$\text{N}_2\text{O}_5$	Anhídrido nítrico u óxido de nitrógeno (V)
$+5$	$\text{HNO}_3$	Ácido nítrico

La Figura 22 muestra la formación de un gas amarillento,  $\text{NO}_2$ , cuando una moneda de cobre reacciona con  $\text{HNO}_3$ . El gas formado también está presente en el "smog", es venenoso y de olor asfixiante.

La Figura 23 muestra en a) moléculas de  $\text{N}_2$  en estado líquido dado que a bajas temperaturas existen fuerzas intermoleculares débiles. En b) cuando la temperatura es más alta las fuerzas intermoleculares no son capaces de mantener las moléculas juntas entonces el  $\text{N}_2$  está en estado gaseoso



Figura 22

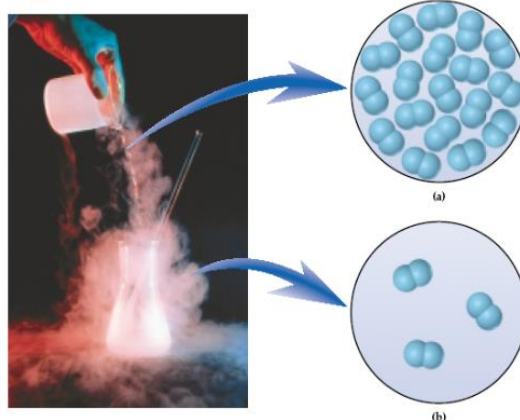


Figura 23

## 2.3. OXOSALES

Previo a estudiar oxosales analizaremos la formación de **radicales de oxácidos**. Los mismos surgen a partir de la separación de uno o más hidrógenos

de las moléculas de los oxácidos. Justamente, la presencia y la posibilidad de liberación de  $H^+$  dan origen a comportamiento ácido de estos compuestos.

En la nomenclatura clásica el nombre del radical deriva del oxácido correspondiente cambiando su terminación "oso" por "ito" e "ico" por "ato". Utilizando la nomenclatura de Stock, la terminación es siempre "ato" y a continuación en números romanos el número de oxidación del no metal.

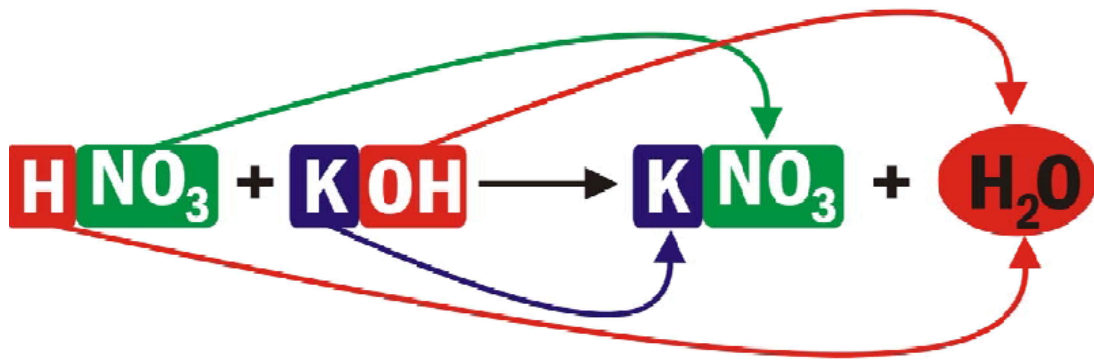
### Ejemplos

Oxácido	Nombre	Radical	Nombre del radical
$HNO_2$	Ácido nitroso ó Nitrato (III) de hidrógeno	$NO_2^-$	ion nitrito ó nitrato (III)
$HNO_3$	Ácido nítrico ó Nitrato (V) de hidrógeno	$NO_3^-$	ion nitrato ó nitrato (V)
$H_2SO_3$	Ácido sulfuroso ó sulfato (IV) de hidrógeno	$SO_3^{2-}$	sulfito ó sulfato (IV)
$H_2SO_4$	Ácido sulfúrico ó sulfato (VI) de hidrógeno	$SO_4^{2-}$	ion sulfato ó sulfato (VI)

### Formulación

Una de las formas de obtener sales es por reacción química entre ácidos e hidróxidos. El ácido puede ser un hidrácido (compuesto binario), en cuyo caso se produce una sal de hidrácido (compuesto binario); o el ácido puede ser un oxoácido y se forma una oxosal.

1. Se divide en dos partes la molécula del oxácido separando sus hidrógenos y generando los correspondientes radicales. Lo mismo se hace con los hidróxidos separando los iones hidróxidos, dando lugar a los cationes metálicos.
2. Se escribe en el otro miembro de la ecuación el radical del ácido acompañado del catión de la base. Se compensan las cargas de modo que resulte una especie neutra. Para ello las cargas de los radicales aniones y de los cationes se colocan como subíndices en forma "cruzada" pudiendo efectuarse en algunos casos, una simplificación posterior.
3. Los subíndices pasan al primer miembro de la ecuación química como coeficientes.
4. Los protones y los iones hidróxido forman una o más moléculas de agua.
5. Se verifica el cumplimiento de la "Ley de Conservación de la Masa" La siguiente ecuación química como muestra la Figura 21 representa la formación de una oxosal neutra.



**Figura 24.** Esquema que representa la reacción química entre ácido nítrico (oxoácido) e hidróxido de potasio para dar como productos una sal neutra el nitrato de potasio y una molécula de agua.

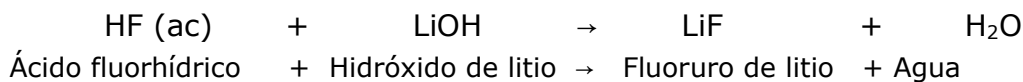
*Nomenclatura:* Siempre se nombra primero el anión y luego el catión

Ejemplos:



Ácido perclórico ó Clorato (VII) de hidrógeno + Hidróxido de Aluminio → Perclorato de aluminio ó Clorato (VII) de aluminio + agua

En el caso de una sal de hidrácido:



Otra de las formas de formular una sal es directamente por combinación de un radical de oxoácido (anión) con un catión metálico. La Figura 25 muestra los cationes y aniones más comunes.

Ejemplos

Anión	Catión	Sal	Nomenclatura CLÁSICA	Nomenclatura por numerales STOCK
$\text{SO}_4^{2-}$	$\text{Cd}^{2+}$	$\text{CdSO}_4$	Sulfato de cadmio	Sulfato (VI) de cadmio
$\text{SO}_3^{2-}$	$\text{Fe}^{3+}$	$\text{Fe}_2(\text{SO}_3)_3$	Sulfito férrico	Sulfato (IV) de hierro (III)
$\text{BrO}_3^-$	$\text{Fe}^{2+}$	$\text{Fe}(\text{BrO}_3)_2$	Bromato de ferroso	Bromato (V) de hierro (II)



IONES COMUNES	
Iones positivos (Cationes)	Iones negativos (Aniones)
1+	1-
Amonio ( $\text{NH}_4^+$ )	Acetato ( $\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2^-$ )
Cesio $\text{Cs}^+$	<b>Bromuro (<math>\text{Br}^-</math>)</b>
Cobre(I) o cuproso ( $\text{Cu}^+$ )	Clorato ( $\text{ClO}_3^-$ )
Hidrógeno ( $\text{H}^+$ )	Cloruro ( $\text{Cl}^-$ )
Litio ( $\text{Li}^+$ )	Cianuro ( $\text{CN}^-$ )
Potasio ( $\text{K}^+$ )	Fosfato diácido ( $\text{H}_2\text{PO}_4^-$ )
Plata ( $\text{Ag}^+$ )	<b>Fluoruro (<math>\text{F}^-</math>)</b>
Sodio ( $\text{Na}^+$ )	<b>Hidruro (<math>\text{H}^-</math>)</b>
2+	Carbonato ácido o bicarbonato ( $\text{HCO}_3^-$ )
Bario ( $\text{Ba}^{2+}$ )	Sulfito ácido o bisulfito ( $\text{HSO}_3^-$ )
Cadmio ( $\text{Cd}^{2+}$ )	Hidróxido ( $\text{OH}^-$ )
Calcio ( $\text{Ca}^{2+}$ )	<b>Ioduro (<math>\text{I}^-</math>)</b>
Cromo(II) o cromoso ( $\text{Cr}^{2+}$ )	Nitrato ( $\text{NO}_3^-$ )
Cobalto(II) o cobaltoso ( $\text{Co}^{2+}$ )	Nitrito ( $\text{NO}_2^-$ )
Cobre(II) o cúprico ( $\text{Cu}^{2+}$ )	Perclorato ( $\text{ClO}_4^-$ )
Hierro(II) o ferroso ( $\text{Fe}^{2+}$ )	Permanganato ( $\text{MnO}_4^-$ )
Plomo(II) o plumboso ( $\text{Pb}^{2+}$ )	Tiocianato ( $\text{SCN}^-$ )
Magnesio ( $\text{Mg}^{2+}$ )	2-
Manganeso(II) o manganoso ( $\text{Mn}^{2+}$ )	Carbonato ( $\text{CO}_3^{2-}$ )
Mercurio(I) o mercuroso ( $\text{Hg}_2^{2+}$ )	Cromato ( $\text{CrO}_4^{2-}$ )
Mercurio(II) o mercúrico ( $\text{Hg}^{2+}$ )	Fosfato ácido ( $\text{HPO}_4^{2-}$ )
Estroncio ( $\text{Sr}^{2+}$ )	Óxido ( $\text{O}^{2-}$ )
Níquel ( $\text{Ni}^{2+}$ )	Peróxido ( $\text{O}_2^{2-}$ )
Estaño(II) o estanoso ( $\text{Sn}^{2+}$ )	Sulfato ( $\text{SO}_4^{2-}$ )
Cinc ( $\text{Zn}^{2+}$ )	Sulfuro ( $\text{S}^{2-}$ )
3+	Sulfito ( $\text{SO}_3^{2-}$ )
Aluminio ( $\text{Al}^{3+}$ )	3-
Cromo(III) o crómico ( $\text{Cr}^{3+}$ )	Arseniato ( $\text{AsO}_4^{3-}$ )
Hierro(III) o férrico ( $\text{Fe}^{3+}$ )	Fosfato ( $\text{PO}_4^{3-}$ )

Figura 25. Tabla de aniones y cationes

### 3. COMPUESTOS CUATERNARIOS

Son compuestos químicos formados por cuatro elementos. Dentro de este grupo se encuentran:

SALES HIDROGENADAS

SALES BASICAS (HIDROXOSALES)

SALES DOBLES O MIXTAS

#### 3.1. SALES HIDROGENADAS

Los oxoácidos que contienen más de un hidrógeno no los ceden a todos con igual facilidad. Esto da lugar a la formación de iones que aún contienen átomos de hidrógeno y que pueden combinarse con cationes para dar lugar a las **sales hidrogenadas**. La Figura 26 representa la reacción química para formar una sal hidrogenada como es el bicarbonato de sodio ( $\text{NaHCO}_3$ ).

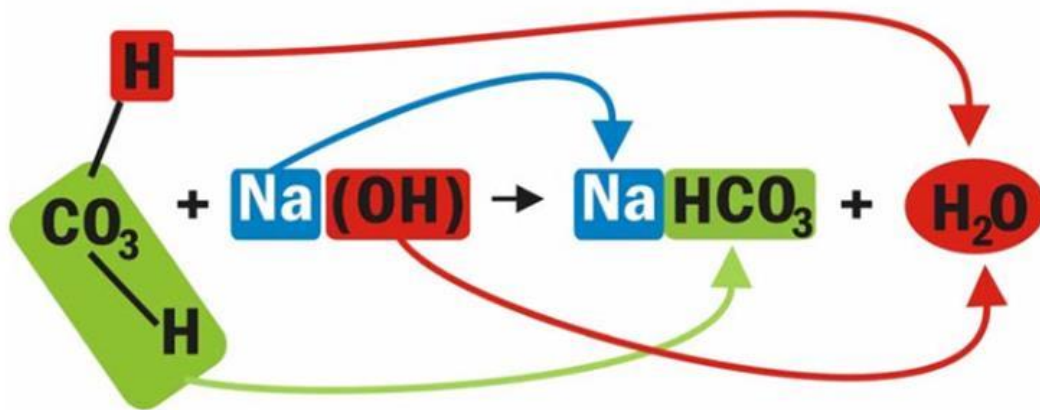


Figura 26: Ecuación química que representa la formación de bicarbonato de sodio. Ésta resulta de la combinación de ácido carbónico e hidróxido de sodio.

*Nomenclatura:* Se antepone la palabra "hidrógeno" al nombre del anión.

Ejemplos

Anión	Catión	Sal	Nomenclatura CLÁSICA	Nomenclatura por numerales STOCK
$\text{HSO}_4^-$	$\text{Fe}^{3+}$	$\text{Fe}(\text{HSO}_4)_3$	Sulfato ácido férrico	Hidrógeno sulfato (VI) de hierro (III)
$\text{HCO}_3^-$	$\text{Li}^+$	$\text{Li}(\text{HCO}_3)$	Bicarbonato de litio	Hidrógeno carbonato (IV) de litio
$\text{HPO}_4^{2-}$	$\text{K}^+$	$\text{K}_2(\text{HPO}_4)$	Fosfato ácido de potasio	Hidrógeno ortofostato (V) de potasio

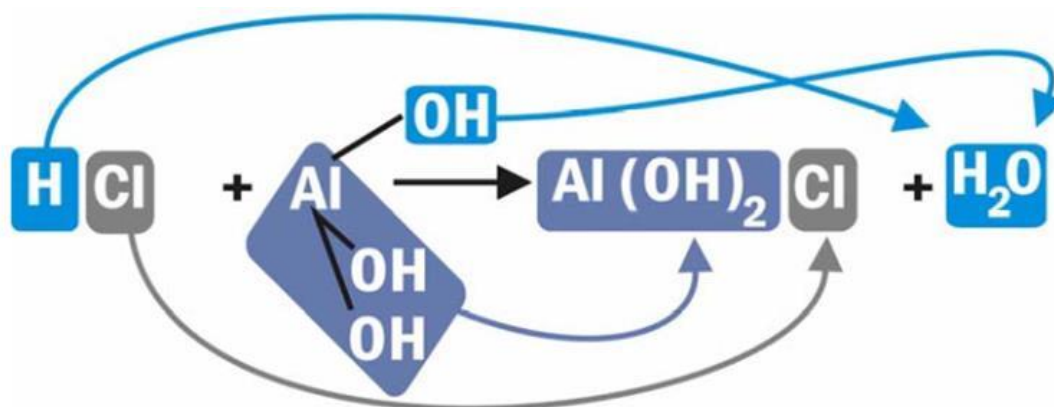
**Nota** Si el ácido del cual proviene el anión que forma la sal, es un hidrácido, la sal hidrogenada del mismo no es un compuesto cuaternario sino ternario.

## Ejemplos

Anión	Catión	Sal	Nomenclatura CLÁSICA	Nomenclatura por numerales STOCK
HS <sup>-</sup>	Na <sup>+</sup>	NaHS	Sulfuro ácido de sodio	Hidrógeno sulfuro de sodio
HS <sup>-</sup>	Cu <sup>2+</sup>	Cu(HS) <sub>2</sub>	Bisulfuro cúprico	Hidrógeno sulfuro de cobre (II)
HS <sup>-</sup>	Sb <sup>+3</sup>	Sb(HS) <sub>3</sub>	Bisulfuro antimonioso	Hidrógeno sulfuro de antimonio (III)

### 3.2. SALES BÁSICAS (hidroxisales)

Surgen de la reacción entre un ácido (hidrácido u oxácido) y una base. En este caso, son los hidróxidos de la base los que han sido parcialmente sustituidos por el anión del ácido. En la Figura 27 puedes ver la reacción entre HCl (aq) y Al(OH)<sub>3</sub> para formar una sal básica y como se redistribuyen los átomos en los productos que se han formado.



**Figura 27.** Ecuación química que representa la formación de una sal básica (dihidroxo cloruro de aluminio) a partir de ácido clorhídrico e hidróxido de aluminio.

*Nomenclatura:* Se indican los hidróxidos mediante un prefijo: hidroxio o dihidroxio según el caso.

## Ejemplos

Catión	Anión	Sal	Nomenclatura CLÁSICA	Nomenclatura por numerales STOCK
Al(OH) <sub>2</sub> <sup>+</sup>	I <sup>-</sup>	Al(OH) <sub>2</sub> I	Ioduro dibásico de aluminio	Dihidroxo ioduro de aluminio
Ba(OH) <sup>+</sup>	CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	(BaOH) <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	Carbonato básico de bario	Hidroxocarbonato (IV) de bario

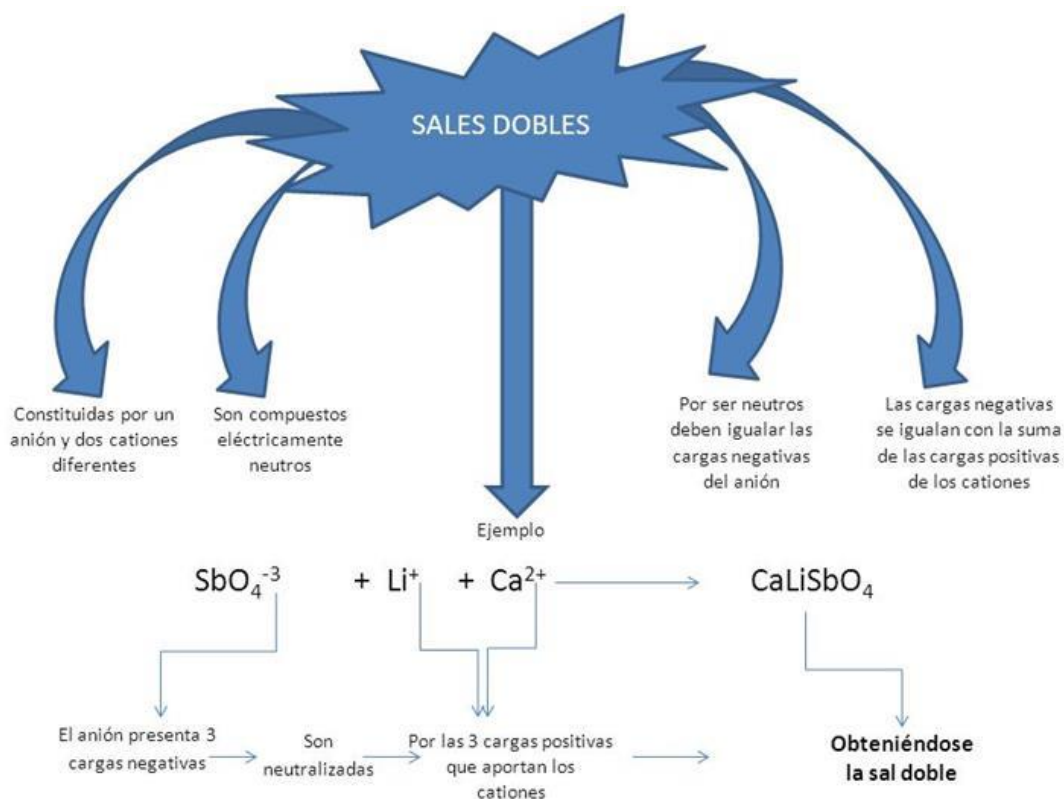
### 3.3. SALES DOBLES (mixtas)

Son sales que poseen dos elementos metálicos (también puede ser el ión  $\text{NH}_4^+$ , oxígeno y un elemento no metálico).

*Nomenclatura:* se nombra primero el **anión**, según sea sulfato, carbonato, etc, seguido de la palabra **doble**, luego la preposición **de** y a continuación los nombres de los **n elementos metálicos** (comenzando por el de mayor número de oxidación). Se indica entre paréntesis el número de oxidación de los metales cuando sea necesario.

Ejemplos

Catión 1	Catión 2	Anión	Sal	Nomenclatura CLÁSICA	Nomenclatura por numerales STOCK
$\text{Ag}^+$	$\text{K}^+$	$\text{NO}_3^-$	$\text{AgK}(\text{NO}_3)_2$	nitrate doble de plata y potasio	Nitrato (V) doble de plata y potasio
$\text{Li}^+$	$\text{Al}^{+3}$	$\text{SO}_4^{2-}$	$\text{LiAl}(\text{SO}_4)_2$	sulfato doble de aluminio y litio	Sulfato (VI) doble de aluminio y litio
$\text{K}^+$	$\text{Na}^+$	$\text{CO}_3^{2-}$	$\text{KNa}(\text{CO}_3)$	carbonato doble de sodio y potasio	Carbonato (IV) doble de sodio y potasio



# ACTIVIDADES

## Guía Nro 1: Sistemas Materiales.

- ¿Cuál de los siguientes términos no es materia?
    - pizza
    - fósforo elemental
    - polvo
    - luz
  - ¿Cuáles de las siguientes propiedades son intensivas y cuáles extensivas?:
    - longitud de una varilla de metal
    - volumen que ocupa un líquido
    - densidad de los gases
    - masa de reactivos durante una reacción química.
  - ¿Cuál de los siguientes es un proceso químico?
    - ennegrecimiento de la plata
    - trituración de piedra
    - fusión de plomo
    - disolución de azúcar en agua.
  - Nombra en cada uno de los siguientes cambios de estado, la transformación del estado de agregación. Por ejemplo, en la evaporación, una sustancia pasa del estado líquido al estado vapor.
    - Deposición
    - Fusión
    - Sublimación
    - Congelación
  - El punto de fusión de una sustancia es  $-97^{\circ}\text{C}$  y su temperatura de ebullición es  $55^{\circ}\text{C}$ . Determinar en qué estado se encuentra la sustancia.
    - a  $-100^{\circ}\text{C}$
    - a  $-56^{\circ}\text{C}$
    - a  $100^{\circ}\text{C}$
  - Se tiene un sistema formado por una solución de NaCl en agua, aceite y un cubito de hielo. Indicar:
    - Tipo de sistema
    - Cantidad de fases
    - Cuál/es es/son la/s fase/s
    - Cantidad de componentes
    - Cuáles son cada uno de los componentes
  - Clasifica los materiales que se enuncian en elementos, sustancias simples, compuestas o mezclas:
    - Nafta
    - Oro
    - Bicarbonato de sodio
    - Agua con azúcar
    - Sal
    - Helio
    - Nitrógeno
    - Ozono
    - Aire
  - Determina cuáles de los siguientes cambios son físicos, cuáles son químicos, y justifica:
    - Quemar papel
    - Hacer hielo en el congelador
    - Hervir agua
    - Fundir hierro
    - Hervir un huevo
-

9. Indica si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Si son verdaderas justificarlas, si son falsas cambiar una o más palabras para transformarlas en verdaderas:
- Una solución de acetona en agua es un sistema homogéneo fraccionable.
  - La flotación permite separar un sólido de un líquido.
  - El sistema agua y alcohol puede separarse por decantación.
  - El agua es una sustancia compuesta.
  - La destilación es un cambio físico.
  - La descomposición es un cambio químico.
  - Todo sistema gaseoso es homogéneo.
  - El pasaje del estado líquido al sólido se llama fusión.
  - Antes de combinarse el hidrógeno y el oxígeno son elementos.
  - Después de la combinación el hierro y el azufre son sustancias simples.
10. Dado el siguiente sistema: agua-aceite-cuarzo
- ¿Es homogéneo o heterogéneo?
  - ¿Cuáles son sus componentes?
  - ¿Cuántas fases hay y cuáles son?
11. Se dispone de las siguientes sustancias: sal (NaCl), agua, vinagre, alcohol etílico, hielo, vapor de agua, dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), un trozo de cobre y arena. Propone sistemas que cumplan con las siguientes condiciones:
- |                                   |                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| a) tres fases y tres componentes  | d) cuatro fases y 3 componentes |
| b) tres fases y cinco componentes | e) dos fases y un componente    |
| c) dos fases y cuatro componentes |                                 |
12. En base a las modificaciones que sufren los siguientes sistemas, clasificar estos cambios como físicos o químicos:
- Oxidación de una varilla de hierro
  - Congelamiento de una masa de agua
  - Corte de una lámina de vidrio
  - Cocción de un alimento
13. Indicar en los siguientes sistemas si son abiertos, cerrados o aislados:
- Agua calentada en una olla sin tapa
  - Agua calentada en un termo
14. Considerando las siguientes propiedades del diamante: aislante eléctrico, químicamente inerte (no reacciona), extremadamente duro y combustión en presencia de oxígeno para dar CO<sub>2</sub>. Clasificar cada una de las propiedades mencionadas como físicas y químicas.
15. Las siguientes propiedades fueron determinadas para un trozo de hierro. Indicar cuáles de ellas son intensivas y cuáles extensivas:
- Masa = 40 g
  - Densidad = 7,8 g/cm<sup>3</sup>
  - Color = grisáceo brillante
  - Punto de fusión = 1535 °C
  - Volumen = 5,13 cm<sup>3</sup>
  - Se oxida en presencia de aire húmedo
-

g) Insoluble en agua

16. Para cada sistema material descrito, indique:

- i. Si es homogéneo o heterogéneo
- ii. El número de fases que lo constituyen
- iii. Cuál/es es/son la/s fase/s
- iv. El número de componentes que lo forman
- v. Cuáles son cada uno de los componentes
  - a) Agua azucarada, 3 trozos de hielo y azúcar sin disolver.
  - b) Querosén, agua, 2 clavos de hierro, 2 clavos de bronce y hierro en polvo.
  - c) Alcohol, acetona y agua.
  - d) Agua, vinagre, vino blanco y vino tinto.
  - e) Agua, hielo y vapor de agua

17. Leer con atención las siguientes afirmaciones e indica cuáles son verdaderas y cuáles son falsas, JUSTIFICAR EN CADA CASO LA RESPUESTA ELEGIDA:

- a) En los sistemas homogéneos existen superficies de discontinuidad.
  - b) Todos los sistemas heterogéneos son polifásicos.
  - c) Existen sistemas heterogéneos formados por un solo componente.
  - d) Todos los sistemas heterogéneos tienen una fase dispersa de tamaño menor a  $0,001 \mu\text{m}$ .
  - e) Los sistemas homogéneos pueden ser separados generando tantos sistemas heterogéneos como fases existían previamente.
  - f) La materia no ocupa espacio y puede ser percibida por los sentidos.
  - g) Energía posee masa pero no se percibe por los sentidos.
  - h) Sistema material es una porción de materia que se aísla para ser estudiado.
  - i) En las sustancias puras las propiedades intensivas son constantes.
  - j) Densidad, color, punto de ebullición, calor, y punto de fusión son ejemplos de propiedades intensivas.
-

## Guía N° 2: Compuestos Químicos

- 1) Nombra los siguientes compuestos e identifica la función química que desempeñan:
- |                          |                            |
|--------------------------|----------------------------|
| a) $\text{SO}_2$         | j) $\text{K}_2\text{O}$    |
| b) $\text{CaO}$          | k) $\text{B}_2\text{O}_3$  |
| c) $\text{HBr}$ (gas)    | l) $\text{SiO}_2$          |
| d) $\text{HBr}$ (ac)     | m) $\text{CO}_2$           |
| e) $\text{NaH}$          | n) $\text{NH}_3$           |
| f) $\text{FeO}$          | o) $\text{LiH}$            |
| g) $\text{Na}_2\text{O}$ | p) $\text{HCl}$ (ac)       |
| h) $\text{Ag}_2\text{O}$ | q) $\text{Fe}_2\text{O}_3$ |
| i) $\text{HI}$           |                            |
- 2) Escribe las fórmulas químicas de las siguientes sustancias, indicando a que familia de compuestos inorgánicos pertenece:
- |                        |                         |
|------------------------|-------------------------|
| a) Ácido sulfhídrico   | g) Yoduro de Hidrógeno  |
| b) Óxido de plomo (IV) | h) Anhídrido Carbónico  |
| c) Óxido de litio      | i) Óxido Cobáltico      |
| d) Óxido de magnesio   | j) Óxido de Cadmio      |
| e) Ácido Bromhídrico   | k) Anhídrido Sulfúrico  |
| f) Anhídrido Sulfuroso | l) Óxido de Niquel (II) |
|                        | m) Óxido de Azufre (VI) |
- 3) Escribe en fórmulas y ajusta las siguientes reacciones:
- Hierro (+2) + Oxígeno → .....
  - Calcio + Oxígeno → .....
  - Potasio + Oxígeno → .....
  - Sodio + Hidrógeno → .....
  - Aluminio + Oxígeno → .....
  - Cloro (+5) + Oxígeno → .....
  - Yodo (+7) + Oxígeno → .....
- 4) Escribe y balancea las reacciones de combinación que permiten obtener los siguientes compuestos:
- |                         |                           |
|-------------------------|---------------------------|
| a) cloruro de hidrógeno | g) Hidróxido de estroncio |
| b) hidruro de calcio    | h) Hidróxido mercurioso   |
| c) óxido de sodio       | i) Óxido de Azufre (VI)   |
| d) Anhídrido carbónico  | j) Óxido de magnesio      |
| e) Óxido de plomo (IV)  | k) Óxido Cobáltico        |
| f) hidróxido de sodio   |                           |
- 5) Nombra los siguientes compuestos e identifica la función química que desempeñan:
- |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $\text{H}_2\text{SO}_4$  | i) $\text{H}_2\text{CO}_3$  | q) $\text{HClO}$            |
| b) $\text{Hg}(\text{OH})_2$ | j) $\text{HBrO}_2$          | r) $\text{Cu}(\text{OH})_2$ |
| c) $\text{KOH}$             | k) $\text{Fe}(\text{OH})_2$ | s) $\text{HIO}_3$           |
| d) $\text{AgOH}$            | l) $\text{HNO}_2$           | t) $\text{Pb}(\text{OH})_2$ |
| e) $\text{HNO}_3$           | m) $\text{LiOH}$            | u) $\text{Cd}(\text{OH})_2$ |
| f) $\text{Ca}(\text{OH})_2$ | n) $\text{Fe}(\text{OH})_3$ | v) $\text{H}_2\text{SO}_3$  |
| g) $\text{NaOH}$            | o) $\text{HClO}_4$          |                             |
| h) $\text{Al}(\text{OH})_3$ | p) $\text{Mg}(\text{OH})_2$ |                             |
-



6) Escribe las fórmulas químicas de las siguientes sustancias, indicando a que familia de compuestos inorgánicos pertenece:

- |                         |                              |
|-------------------------|------------------------------|
| a) Ácido Perclórico     | i) Hidróxido de plomo (II)   |
| b) Ácido sulfuroso      | j) Hidróxido níqueloso       |
| c) Hidróxido de calcio  | k) Ácido periódico           |
| d) Óxido de plomo (IV)  | l) Hidróxido de níquel (III) |
| e) Ácido Cloroso        | m) Hidróxido férrico         |
| f) Hidróxido de potasio | n) Ácido sulfhídrico         |
| g) Ácido hipocloroso    | o) Ácido carbónico           |
| h) Ácido Brómico        | p) Ácido hipoiódoso          |

7) Nombra los siguientes compuestos:

- |                                 |                                |                                 |
|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$   | h) $\text{Li}_2\text{SO}_4$    | o) $\text{NaCl}$                |
| b) $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ | i) $\text{Mg}(\text{ClO}_2)_2$ | p) $\text{NaNO}_2$              |
| c) $\text{AgNO}_3$              | j) $\text{CaF}_2$              | q) $\text{AlN}$                 |
| d) $\text{K}_2\text{CO}_3$      | k) $\text{NH}_4\text{ClO}_4$   | r) $\text{FeCl}_2$              |
| e) $\text{Ba}(\text{BrO}_2)_2$  | l) $\text{Mg}(\text{ClO})_2$   | s) $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ |
| f) $\text{NH}_4\text{Cl}$       | m) $\text{NaNO}_3$             |                                 |
| g) $\text{Cu}_2\text{CO}_3$     | n) $\text{NaClO}$              |                                 |

8) Escribe las fórmulas químicas de las siguientes sustancias, indicando a que familia de compuestos inorgánicos pertenece:

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| a) Perclorato de aluminio      | i) Bromuro férrico              |
| b) Clorito de sodio            | j) Sulfato de calcio            |
| c) Fluoruro de litio           | k) Clorato (VII) de estaño (IV) |
| d) Carbonato de sodio          | l) Cloruro de manganeso (II)    |
| e) Hipoclorito de sodio        | m) Sulfato (VI) de níquel (II)  |
| f) Carbonato de calcio         | n) Clorato (V) de estaño (IV)   |
| g) Bromato (III) de plomo (II) | o) Fluoruro (I) de cobre (II)   |
| h) Sulfito de sodio            |                                 |

9) Formula la obtención de las siguientes sales e indica: Cual es el metal y no metal que la constituyen, el estado de oxidación de dichos elementos (valencia), las ecuaciones de los óxidos básicos y ácidos según correspondan, las ecuaciones de formación del hidróxido y ácido correspondiente, formar la sal correspondiente; nombrar e igualar en todos los casos y clasifica tipo de reacción.

- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| a) Yoduro de potasio  | d) Sulfato de litio  |
| b) Clorato de sodio   | e) Bromuro de calcio |
| c) Nitrito de potasio | f) Sulfuro ferroso   |

10) Nombra los siguientes compuestos e identifica la función química que desempeñan:

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| a) $\text{CaCrO}_4$                     | g) $\text{NH}_4\text{Cl}$       |
| b) $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$         | h) $\text{NH}_4^+$              |
| c) $\text{KH}_2\text{PO}_4$             | i) $(\text{CuOH})_2\text{CO}_3$ |
| d) $\text{KNH}_4\text{SO}_4$            | j) $\text{LiAl}(\text{SO}_4)_2$ |
| e) $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_3)_2$ | k) $\text{NH}_4\text{ClO}_4$    |
| f) $\text{KHCO}_3$                      | l) $\text{KMnO}_4$              |
-

- m)  $MgOHCl$
- n)  $Pb_2P_2O_5$

- o)  $CaH_2P_2O_7$
- p)  $KAl(SO_4)_2$

11) Escribe las fórmulas químicas de las siguientes sustancias, indicando a que familia de compuestos inorgánicos pertenece:

- a) Cromato de sodio
- b) Bromato básico de Calcio
- c) Óxido de plomo (IV)
- d) Clorito de sodio
- e) Hidróxido de cromo (III)
- f) Fosfato doble de magnesio y amonio
- g) Carbonato doble de sodio y potasio
- h) Arseniato de magnesio
- i) Bicarbonato de sodio
- j) Bisulfito de sodio
- k) Ioduro de cromo (III)
- l) Ácido dicrómico
- m) Hidrógeno sulfato (VI) de calcio
- n) Fosfato diácido de calcio
- o) Sulfato doble de cromo (III) y potasio
- p) Fosfato de amonio
- q) Permanganato de potasio
- r) Carbonato ácido de sodio

12) Escribe y balancea las reacciones que permiten obtener los siguientes compuestos y clasifica tipo de reacción:

- a) cloruro de hidrógeno
- b) hidruro de calcio
- c) dióxido de carbono
- d) ácido perclórico
- e) ácido ortofosfórico
- g) Sulfato de litio
- h) Cloruro mercúrico
- i) Bromuro de calcio
- j) Ortofosfato de bario
- k) Clorato de sodio

13) Escribe en fórmulas y ajusta las siguientes reacciones y clasifica tipo de reacción:

- a) Óxido de Nitrógeno (V) + agua  $\rightarrow$  .....
- b) Óxido de Calcio + agua  $\rightarrow$  .....
- c) Hidróxido de Sodio + ácido Hipocloroso  $\rightarrow$  .....
- d) Sodio + Hidrógeno  $\rightarrow$  .....
- e) Hidróxido de Aluminio + ácido Fosfórico  $\rightarrow$  .....
- f) Amoníaco + agua  $\rightarrow$  .....

14) Representa con ecuaciones químicas ajustadas las reacciones que se indican a continuación:

- a) El flúor se combina con hidrógeno para formar fluoruro de hidrógeno
  - b) El nitrógeno se con hidrógeno para dar amoníaco
  - c) Cuando se calcina carbonato de amonio se descompone y origina amoníaco, dióxido de carbono y agua
  - d) Combinación del gas amoníaco con ácido clorhídrico para dar cloruro de amonio
-

